

Development of the optimum immune net models for forecasting of the complex investment project risks

*Galina Ahmetovna Samigulina, Doctor of the technical science,
Zarina Il'dusovna Samigulina, PhD*

*Institute of informatics and control problems, laboratory «Intellectual control systems and networks»
Site: ipic.kz*

Work is devoted a problem of construction optimum immune net model for complex investment projects for the purpose of the risks forecasting and possibility of timely updating in the course of its realizations. The perspective approach of artificial immune systems (AIS), based on concept formal peptide and procedure of a molecular recognize is used. Advantages of application AIS at the intellectual analysis of the data is possibility of parallel processing of a considerable quantity of the experts opinions, forecasting of risks and timely control of the course of the complex projects performance. At realizations immune net technologies the procedure of optimum model construction on the basis of selection of the most informative attributes has great value. For the decision of this problem it is used the method of principal components.

Keywords: intellectual systems, forecasting of the risks, artificial immune systems, complex investment projects, method of principal components.

УДК 539.374

**ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ РЕАЛИЗАЦИИ
ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ
УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОЙ СРЕДЫ**

Кристина Сергеевна Свободина, аспирант

Тел.: 8923 2752545, e-mail: mks88@mail.ru

Институт вычислительного моделирования СО РАН

<http://icm.krasn.ru>

Рассматриваются вопросы, связанные с построением и численной реализацией математической модели упругопластического деформирования материалов под действием интенсивных внешних возмущений. Предлагается упрощенная термодинамически корректная модель упруго сжимаемой пластической среды. Строится экономичный вычислительный алгоритм, реализующий геометрически линейный вариант модели на основе метода расщепления по физическим процессам и по пространственным переменным

Ключевые слова: упругость, пластичность, термодинамика, конечные деформации, ударная волна, метод расщепления.

Работа выполнена при финансовой поддержке Комплексной программы фундаментальных исследований Президиума РАН № 18 «Алгоритмы и математическое обеспечение для вычислительных систем сверхвысокой производительности» и Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 11-01-00053).

Введение

Численное моделирование динамических процессов, протекающих под действием интенсивных механических и температурных возмущений, в грунтах, сыпучих средах,

горных породах и инженерных сооружениях, связано с проблемой выбора адекватной термомеханической модели. В современных технических приложениях широко используется метод Уилкинса [1] и различные его обобщения для описания разрушения материалов. Этот метод позволил решить обширный класс прикладных задач и сыграл важную роль в развитии теории конечных деформаций упруго-пластических материалов [2,3]. Однако детальный анализ математической модели в методе Уилкинса показал [4], что при определённом выборе начальных данных задачи нарушается условие гиперболичности системы. Появляются неустойчивые по Адамару режимы деформирования с экспоненциально растущими возмущениями, которые не имеют физической природы. Причина такой некорректности связана с использованием не имеющего строгого обоснования разложения тензора Альманси в сумму обратимой упругой и необратимой пластической деформаций в сочетании с законом гипопругости, основанном на производной Яуманна.



К.С. Свободина

Альтернативные варианты модели предлагались многими авторами [5-7]. Ключевым моментом модели является разбиение деформации на упругую и пластическую составляющие, которое, с одной стороны, выглядит вполне естественным и простым для понимания, с другой стороны, ставит множество вопросов, каким именно образом задавать это разбиение. Хотя вопрос о представлении конечной деформации среды в виде суперпозиции обратимой и необратимой составляющих до сих пор не получил окончательного решения, он детально изучался [8,9]. В настоящей работе рассматривается упрощённая термодинамически корректная модель развитых пластических течений [10], в которой упругая деформация среды характеризуется изменением её плотности, и которую можно рассматривать как предельный вариант общей модели при неограниченном росте деформации сдвига.

1. Математическая модель Процесс деформирования сплошной среды рассматривается относительно неподвижной декартовой системы координат x_1, x_2, x_3 . В эйлеровом описании уравнения движения и неразрывности имеют вид:

$$\rho \dot{v}_j = \sigma_{jk,k}, \quad \dot{\rho} = -\rho v_{k,k} \quad (1)$$

Здесь и всюду ниже принимается правило суммирования по повторяющимся индексам, индекс после запятой означает частную производную по времени или пространственной переменной, точка – полную производную по времени. Используются общепринятые обозначения для кинематических и динамических характеристик процесса, тензор напряжений предполагается симметричным.

В случае адиабатического деформирования первый принцип термодинамики сводится к уравнению:

$$\rho \dot{U} = \sigma_{jk} v_{j,k} = p \frac{\dot{\rho}}{\rho} + \tau_{jk} \xi_{jk}, \quad (2)$$

где $\xi_{jk} = (v_{j,k} + v_{k,j})/2 + \dot{\rho}/(3\rho)\delta_{jk}$ – тензор скоростей пластической деформации, $\tau_{jk} = \sigma_{jk} + p\delta_{jk}$ – девиатор тензора напряжений, $p = -\sigma_{jk}\delta_{jk}/3$ – гидростатическое давление (δ_{jk} – символ Кронекера).

Уравнения состояния среды задаются зависимостями давления и температуры от плотности и внутренней энергии: $p = p(\rho, U)$, $T = T(\rho, U)$. Они должны удовлетворять условию полного дифференциала

$$\frac{\partial p}{\partial U} \frac{1}{\rho^2 T} + \frac{\partial 1}{\partial \rho} \frac{1}{T} = 0,$$

которое служит для определения энтропии как решения уравнения $T ds = dU - p \frac{d\rho}{\rho^2}$.

Определяющие соотношения необратимого деформирования записываются в форме принципа максимума мощности диссипации энергии:

$$-(\tau_{jk}^* - \tau_{jk})\xi_{jk} \geq 0, \quad \tau, \tau^* \in K, \quad (3)$$

где τ_{jk}^* – произвольный симметричный тензор, принадлежащий множеству допустимых напряжений $K = K(\rho, U)$. В случае изотропной среды с сингулярным условием пластичности множество K задается на девиаторной плоскости пространства главных напряжений $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ при помощи условия $f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) \leq k(\rho, U)$. Здесь k – предел текучести материала; f – выпуклая, положительная, симметричная относительно аргументов функция текучести, не зависящая от гидростатического давления ($\partial f / \partial \sigma_1 + \partial f / \partial \sigma_2 + \partial f / \partial \sigma_3 = 0$) и равная нулю при $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = 0$. Эта функция представима в виде $f = \max \{f_1, f_2, \dots, f_p\}$, где f_1 – выпуклые непрерывно-дифференцируемые функции. По теореме Куна -Таккера неравенство (3) приводится к эквивалентной системе уравнений ассоциированного закона течения $\xi_{jk} = \lambda_1 \frac{\partial f_1}{\partial \tau_{jk}}$, где λ_1 – неотрицательные множители Лагранжа, равные нулю при $f_1 < k$.

Уравнения (1), (2) и вариационное неравенство (3) составляют замкнутую математическую модель динамического деформирования упруго сжимаемой пластической среды, термодинамическое состояние которой характеризуются двумя параметрами – плотностью ρ и энтропией s . Она может быть получена исходя из принципов неравновесной термодинамики и удовлетворяет, таким образом, условиям термодинамической корректности. Кроме того, эта модель динамически корректна, на ее основе могут быть исследованы разрывные решения с пластическими ударными волнами и контактными разрывами [11]. В пределе при $k \rightarrow 0$ из нее получается модель идеального сжимаемого газа, при $\partial \rho / \partial \rho \rightarrow \infty$ – модель несжимаемой жесткопластической среды. Одновременный учёт двух факторов – упругого изменения объёма и пластического формоизменения – делает её пригодной для описания динамики деформируемых сред в условиях высоких давлений, когда жесткопластическая модель неприменима из-за большой объёмной деформации частиц, а модель сжимаемого газа – из-за наличия значительных касательных напряжений. Обоснование возможности пренебрежения упругими сдвигами при построении определяющих уравнений упругопластического деформирования приводится в работе [12].

Известно, что уравнения жесткопластической среды некорректны при описании обратимого деформирования на стадии разгрузки, когда $f < k$, поскольку при заданных скоростях деформации они не позволяют однозначно определить напряженное состояние. Один из способов регуляризации модели состоит в учёте вязкости среды в соответствии с законом Стокса, по которому тензор скоростей вязкой деформации определяется как $\xi_{jk}^v = \tau_{jk} / (2\eta)$ (η – коэффициент вязкости). После регуляризации вариационное неравенство (3) для пластической составляющей тензора скоростей деформации заменяется неравенством

$$(\tau_{jk}^* - \tau_{jk})(\tau_{jk} - 2\eta\xi_{jk}) \geq 0, \quad \tau, \tau^* \in K. \quad (4)$$

При заданном тензоре ξ_{jk} решением неравенства (4) служит тензор, равный проекции тензора вязких напряжений $\tau_{jk}^v = 2\eta\xi_{jk}$ на множество K по обычной евклидовой норме [10].

Конечной целью нашего исследования является разработка и применение к решению прикладных задач с особенностями типа ударных волн вычислительного алгоритма, реализующего соотношения (1), (2), (4). В данной работе с этой целью рассматривается упрощённый геометрически линейный вариант модели:

$$\begin{aligned} \rho v_{j,t} &= -p_{,j} + \tau_{jk,k}, \quad p_{,t} = -\rho c^2 v_{k,k}, \\ (\tau_{jk}^* - \tau_{jk})(\tau_{jk} - \eta v_{j,k}) &\geq 0, \quad f(\tau_{jk}), f(\tau_{jk}^*) \leq k, \end{aligned} \quad (5)$$

в котором плотность среды ρ , скорость акустических волн c и предел текучести k считаются постоянными величинами.

2. Метод расщепления Расщепление по физическим процессам предполагает численное решение на первом этапе системы уравнений вязкоупругости

$$\rho v_{j,t} = -p_{,j} + \tau_{jk,k}, \quad p_{,t} = -\rho c^2 v_{k,k}, \quad \tau_{jk} = \eta(v_{j,k} + v_{k,j} - 2 v_{i,i} \delta_{kj}/3). \quad (6)$$

На втором этапе, на каждом шаге по времени решается вариационное неравенство (5), в котором градиенты скорости $v_{j,k}$ берутся с первого этапа. Решение неравенства определяется как проекция тензора вязких напряжений, на выпуклое множество в девиаторном пространстве, задаваемое неравенством $f(\tau_{jk}) \leq 0$. Так выглядит процедура корректировки напряжений, реализующая определяющие соотношения необратимого деформирования. Для вычисления проекции на поверхность текучести Мизеса служит корректировка Уилкинса. Формулы вычисления проекции на призму Треска - Сен-Венана описана в [10].

При расщеплении по пространственным переменным система уравнений (6) распадается на одномерные системы для продольных волн следующего общего вида по всем трём направлениям ($\mu = 4\eta/3$):

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial x}, \quad \frac{\partial p}{\partial t} = -\rho c^2 \frac{\partial v}{\partial x}, \quad \tau = \eta \frac{\partial v}{\partial x}. \quad (7)$$

и одномерные системы для поперечных волн:

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial \tau}{\partial x}, \quad \tau = \eta \frac{\partial v}{\partial x}. \quad (8)$$

Численное решение краевых задач для одномерных систем осуществлялось на основе разностных схем, построенных по методу Иванова [12]. В соответствии с этим методом вместо (7) рассматривается расширенная система уравнений

$$\rho \frac{\partial v'}{\partial t} = -\frac{\partial p'}{\partial x} + \frac{\partial \tau'}{\partial x}, \quad \frac{\partial p'}{\partial t} = -\rho c^2 \frac{\partial v'}{\partial x}, \quad \tau' = \eta \frac{\partial v'}{\partial x}. \quad (9)$$

в которой v' , p' и τ' – вспомогательные функции, не равные, вообще говоря, v , p и τ . Умножая первое уравнение (9) на v , второе – на $p/(\rho c^2)$, третье – на τ/μ , и суммируя результаты, получим уравнение баланса энергии:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho v^2}{2} + \frac{p^2}{2\rho c^2} \right) + \frac{\tau^2}{\eta} = \frac{\partial(-p' + \tau')v'}{\partial x} - (v' - v) \frac{\partial(-p + \tau)}{\partial x} + (p' - p) \frac{\partial v'}{\partial x} - (\tau' - \tau) \frac{\partial v'}{\partial x}.$$

Замыкающая система уравнений записывается в следующей форме:

$$\begin{pmatrix} v' - v \\ p' - p \\ \tau' - \tau \end{pmatrix} = D \frac{\partial}{\partial x} \begin{pmatrix} -p' + \tau' \\ -v' \\ -v' \end{pmatrix}.$$

Здесь D – неотрицательно определенная 3×3 – матрица с малыми коэффициентами. В силу неотрицательной определенности D из уравнения баланса энергии вытекает неравенство, гарантирующее диссипативность расширенной системы

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho v^2}{2} + \frac{p^2}{2\rho c^2} \right) + \frac{\tau^2}{\eta} \leq \frac{\partial(-p' + \tau')v'}{\partial x}.$$

При стремлении матрицы D к нулю система (9) преобразуется в исходную систему уравнений (8), а из последнего неравенства получается закон сохранения энергии для этой системы.

В действительности, при построении разностной схемы проведенные рассуждения повторяются на дискретном уровне. Исходная система записывается в виде разностных уравнений (Δt и h – шаги равномерной сетки по времени и по пространственной переменной):

$$\rho \frac{v_j^j - v_j}{\Delta t} = -\frac{p_{j+1/2} - p_{j-1/2}}{h} + \frac{\tau_{j+1/2} - \tau_{j-1/2}}{h},$$

$$\frac{p_j^j - p_j}{\Delta t} = -\rho c^2 \frac{v_{j+1/2} - v_{j-1/2}}{h}, \quad \tau_j = \eta \frac{v_{j+1/2} - v_{j-1/2}}{h}.$$

Здесь величины с целыми индексами j аппроксимирующие основные функции, относятся к нижней и верхней граням пространственно-временной ячейки сетки, а величины с дробными индексами, аппроксимирующие вспомогательные функции, относятся к ее боковым граням. Выписывается дискретное уравнение баланса энергии и замыкающая система в дискретном виде.

Система (7) по физическим процессам расщепляется на две подсистемы, выписывается дискретный закон сохранения энергии, строится аппроксимирующее уравнение и находятся разрешающие уравнения.

В итоге получается разностная схема, при реализации которой на шаге предиктор методом прогонки решается уравнение:

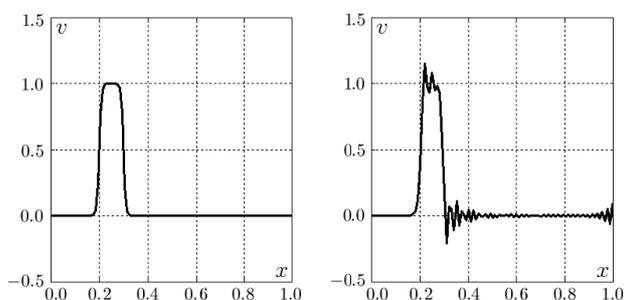


Рис. Профиль скорости за фронтом волны, движущейся влево: а) диссипативная схема, б) схема на сдвинутых сетках.

на рисунке представлены результаты расчетов задачи для δ -образного короткого импульса, действующего на правой границе ненапряженного полупространства. Для сравнения расчеты выполнялись с помощью предлагаемой диссипативной схемы и схемы второго порядка точности, которая строится на разнесенных сетках по принципу схемы Неймана - Рихтмайера. Графики приведены в безразмерной форме. Сравнение показывает, что диссипативная схема не дает паразитных осцилляций за фронтом падающей волны и волны разгрузки, характерных для схемы на разнесенных сетках.

а шаг корректор выполняется по формулам явного пересчета решения в ячейке, аппроксимирующим интегральные законы сохранения для системы.

3. Результаты расчетов В рамках одномерной модели проводились методические расчеты распространения волн сильного разрыва в вязкоупругом полупространстве, на границе которого действует импульсная нагрузка. На

Литература

1. Уилкинс М.Л. Расчет упругопластических течений // Вычислительные методы в гидродинамике. –М.: Мир, 1967. С. 212-263.
2. Григорян С.С. Об основных представлениях динамики грунтов // ПММ. 1960. Т. 24. Вып. 6. С. 1057-1072.
3. Высокоскоростное взаимодействие тел/ Фомин В.М., Гулидов А.И., Сапожников Г.А. – Новосибирск: СО РАН, 1999. –600 с.
4. Быченков В.А., Свидинский В.А. Некорректность модели упругопластического течения в методе Уилкинса // ФГВ. 1990. № 1. С. 118-122.
5. Годунов С.К., Роменский Е.И. Элементы механики сплошных сред и законы сохранения. –М.: Научная книга, 1998. –280 с.
6. Кондауров В.И., Фортвов В.Е. Основы термомеханики конденсированной среды. –М. МФТИ, 2002. –336 с.
7. Поздеев А.А., Трусов П.В., Няшин Ю.И. Большие упругопластические деформации: теория, алгоритмы, приложения. –М: Наука, 1986. –232 с.
8. Левитас В.И. Большие упругопластические деформации материалов при высоком давлении. –Киев: Наук.думка, 1987. –232 с
9. Коробейников С.Н. Нелинейное деформирование твёрдых тел. Новосибирск: СО РАН, 2000. –262 с.
10. Садовский В.М. Разрывные решения в задачах динамики упругопластических сред. – М.: Наука, 1997. –208 с.
11. Садовский В.М. К теории ударных волн в сжимаемых пластических средах // Известия РАН. МТТ. 2001. № 5. С. 87-95.
12. Численное решение динамических задач упругопластического деформирования твердых тел/Г.В. Иванов, Ю.М. Волчков, И.О. Богульский. –Новосибирск: Сиб. унив. изд-во, 2002. – 352 с.

The numerical algorithm of implementation of thermo-mechanical model of the dynamics of Elastic-plastic material

Christina Sergeevna Svobodina, graduate student
ICM SB RAS

In this paper a range of questions are considered related to the construction and numerical implementation of a mathematical model of elastic-plastic deformation of materials under intense external disturbances. A simplified thermodynamically correct model of elastically compressible plastic medium is proposed. Based on the method of splitting into physical processes and spatial variables efficient numerical algorithm is constructed for geometrically linear version of the model.

Key words: elasticity, plasticity, thermodynamics, finite strains, shock wave, splitting method.

УДК 517.54: 517.862

**ОПЕРАТОРЫ И ФУНКЦИОНАЛЫ
В НОРМИРОВАННЫХ ПРОСТРАНСТВАХ (q, ρ) – ФОРМ**

*Ольга Алексеевна Сергеева, к.ф.-м.н., доцент
Тел.: 8 904 3755223, e-mail: Okoin@yandex.ru*

*Кемеровский государственный университет, кафедра математического анализа
<http://www.math.kemsvu.ru/kma>*

В статье приведен обзор основных результатов, полученных в теории мультипликативных автоморфных форм $((q, \rho)$ –форм) на компактной римановой поверхности, со ссылкой на опубликованные работы, где можно найти их подробные доказательства. В качестве демонстрации техники работы с такими формами, последние теоремы о вложении в пространствах (q, ρ) –форм приводятся с доказательством.

Ключевые слова: Интегральные операторы, билинейные спаривания, характеры, мультипликативные автоморфные формы, двойственность, ряд Пуанкаре.

*Работа выполнена при финансовой поддержке
РФФИ, № 12-01-31256 мол_а.*

Введение

В работах [1]–[7] было начато изучение нормированных пространств мультипликативных автоморфных форм. В этих пространствах были введены нормы, билинейные спаривания, функционалы и операторы, действующие на мультипликативных автоморфных формах $((q, \rho)$ –формах). Классические результаты теории однозначных автоморфных форм были получены в работах Л. Берса, И. Кра [8] и соответствовали случаю тривиального характера $\rho = 1$.



О.А. Сергеева

Отличительной чертой более общего мультипликативного случая является наличие нетривиального характера $\rho \neq 1$ в задании всех изучаемых здесь объектов [9], [10]. Характер проявляет себя как дополнительный сомножитель в условии инвариантности автоморфных форм относительно группы конформных преобразований комплексной плоскости \mathbb{C} , униформирующей в плоской области $D \subset \bar{\mathbb{C}}$ компактную риманову поверхность рода $h \geq 2$. С появлением этого дополнительного компонента, определяющего мультипликативный