

**ПРАКТИЧЕСКАЯ ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА
И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА
(практические занятия 4–6)**

*Сергей Феофентович Тюрин, проф.,
проф. кафедры автоматике и телемеханики,
e-mail: tyurinsergfeo@yandex.ru,*

*Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
<http://pstu.ru>,*

*Юрий Александрович Аляев, доц., доц. кафедры программного обеспечения
вычислительной техники и автоматизированных систем,
e-mail: alyr1@yandex.ru,*

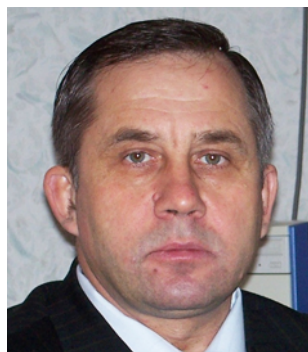
*Пермский военный институт внутренних войск МВД России,
<http://pvivv.ru>*

Предлагается методика решения задач на практических занятиях по дисциплине «Дискретная математика и математическая логика», разработанная и применяющаяся на практике в вузах Пермского края.

*Ключевые слова: дискретная математика, математическая логика, графы, переключа-
тельные функции*

Введение

Издавая в 2006 г. учебник «Дискретная математика и математическая логика» [1], авторы планировали вслед за ним издать и задачник. Переосмыслив имеющийся материал в последующие годы, они пришли к выводу о необходимости подготовки не совсем учебника, а советчика и подсказчика. Кроме того, был накоплен новый, интересный материал. Акцент сделан на практику, поскольку известно, что именно умение решать задачи является мерилем математического знания.



С.Ф. Тюрин

В предлагаемой серии статей нашёл отражение опыт многолетнего преподавания авторами дисциплин «Дискретная математика» и «Математическая логика и теория алгоритмов»

в вузах Пермского края.

Информационные технологии ушли далеко вперёд, но задача распознавания компьютером правильного ответа решается до сих пор тривиально – определением выбора одного заданного номера из n ответов. Причём, $n-1$ – неправильных ответов. На самом деле, в дискретной математике, в логике, часто правильными могут быть разные ответы, например, разные дизъюнктивные нормальные формы с одинаковым количеством букв – при минимизации переключаемых функций.



Ю.А. Аляев

Кроме того, приведение неправильных ответов, по мнению авторов, приводит к «рекламному» эффекту – запоминаются именно они, причём, самые несуразные.

Поэтому принято решение не разрабатывать так называемые тесты, а большую часть сил бросить на разъяснение методики решения типовых задач, выносимых на практические занятия по указанной тематике.

В статье рассматриваются методики решения задач на практических занятиях 4–6 по дискретной математике:

- 1) решение задач на графах;

- 2) задание переключательных функций;
- 3) определение свойств бинарных переключательных функций.

Методики решения задач на практических занятиях 1–3 по дискретной математике были рассмотрены в [2].

При изложении материала в серии статей принята сквозная нумерация рисунков и таблиц.

Часть 1
ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА
ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 4
Решение задач на графах

Цель занятия: научиться задавать графы, определять их свойства и решать задачи по определению кратчайшего пути между двумя вершинами.

Методика решения задач

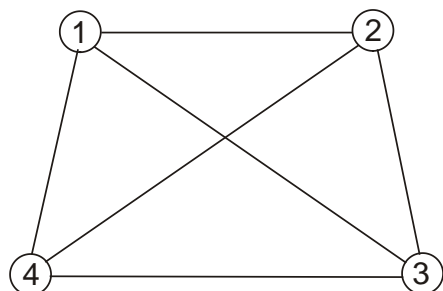


Рисунок 3 – Некоторый граф с четырьмя вершинами

получаем матрицу смежности (таблица 8).

Задача 1. По графу (рисунок 3) получить матрицу смежности и проверить справедливость теоремы о сумме степеней вершин.

Матрица смежности – квадратная матрица 4×4 (по числу вершин графа). На пересечении строки и столбца ставится единица, если имеется ребро из вершины, указанной в строке, в вершину, указанную в столбце.

Для графа, изображенного на рисунке 3, полу-

Таблица 8

Матрица смежности

	1	2	3	4
1	0	1	1	1
2	1	0	1	1
3	1	1	0	1
4	1	1	1	0

В матрице смежности диагональные строки равно нулю, т.е. граф полный, без петель.

По матрице смежности можно получить степени (\deg (от англ. degree = степень)) вершин – все они одинаковы и равны 3 (три единицы в строке, т.е. каждая вершина связана с тремя другими вершинами):

$$\deg(1)=3, \deg(2)=3, \deg(3)=3, \deg(4)=3.$$

Проверим справедливость теоремы о сумме степеней вершин.

В графе (рисунок 3) шесть рёбер, $m=6 \Rightarrow 2m=12$, т.е. удвоенное число вершин равно сумме степеней вершин графа:

$$2m = \sum_{i=1}^m \deg(i).$$

Задача 2. Получить теоретико-множественное задание графа, показанного на рисунке 3.

Теоретико-множественное задание графа – это задание несущего множества и бинарного отношения в аналитическом виде:

Несущее множество – множество вершин: $M = \{1, 2, 3, 4\}$.

Бинарное отношение – множество пар:

$$T = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (4, 1), (4, 2), (4, 3)\}.$$

Всего двенадцать пар.

З а д а ч а 3. Определить цикломатическое число графа, показанного на рисунке 3.

Цикломатическое число графа – это величина, равная разности числа рёбер (m) и вершин (n) плюс 1:

$$h(G) = m - n + 1.$$

В нашем случае: $h(G) = 6 - 4 + 1 = 3$ – эта величина равна числу независимых циклов в графе (рисунок 4).

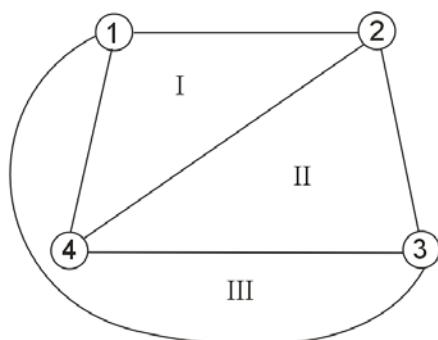


Рисунок 4– Независимые циклы в графе

на цветом 1, то вершины 2, 3, 4 окрашиваются в цвета 1, 2, 3, т.е. хроматическое число равно количеству вершин. Иначе и быть не может – все вершины связаны друг с другом!

З а д а ч а 5. Получить матрицу смежности графа в цифровом виде в шестнадцатеричном коде.

Такое представление предполагает запись строк матрицы в виде одного числа. В двоичном виде это будет выглядеть так:

$$0111.1011.1101.1110_2.$$

В шестнадцатеричном коде получим:

$$7.B.D.E_{16}.$$

Можно указать только разряды полуматрицы, поскольку граф ориентированный и его матрица смежности симметрична относительно главной диагонали:

$$111.11.1_2.$$

Или в шестнадцатеричном коде получим последовательность цифр:

$$7.3.1_{16}.$$

По задающей полуматрицу последовательности цифр можно получить рисунок графа.

З а д а ч а 6. По задающей полуматрицу графа из четырёх вершин последовательности цифр $4.2.1_{16}$ получить матрицу смежности и рисунок графа.

Переводим в двоичный код последовательность $4.2.1_{16}$. Получаем: $100.10.1_2$.

Строим полуматрицу смежности (таблица 9).

Таблица 9

Полуматрица смежности графа $4.2.1_{16}$

	1	2	3	4
--	---	---	---	---

1	0	1	0	0
2		0	1	0
3			0	1
4				0

Теперь получаем вторую половину матрицы смежности: если вершина 1 смежна с вершиной 2, то и вершина 2 смежна с вершиной 1. Таким образом, получаем матрицу смежности (таблица 10).

Таблица 10

Матрица смежности графа 4.2.1₁₆

	1	2	3	4
1	0	1	0	0
2	1	0	1	0
3	0	1	0	1
4	0	0	1	0

Граф будет выглядеть так, как показано на рисунке 5.

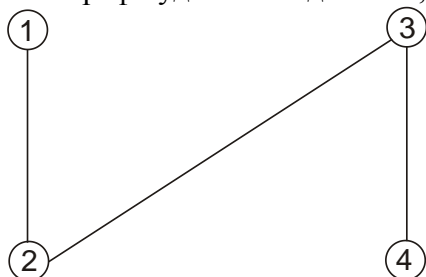


Рисунок 5 – Граф 4.2.1₁₆

Заданные выше графы были неориентированными. Ориентированные графы задаются числовым эквивалентом всей матрицы смежности, полуматрицей здесь не обойдёшься!

З а д а ч а 7. По последовательности цифр 4.3.1.8₁₆, задающей матрицу ориентированного графа (орграфа) из четырёх вершин получить матрицу смежности и рисунок графа.

Переводим в двоичный код последовательность

4.3.1.8₁₆.

Получаем: 0100.0011.0001.1000₂.

Матрица смежности орграфа показана в таблице 11.

Таблица 11

Матрица смежности орграфа 4.3.1.8₁₆

	1	2	3	4
1	0	1	0	0
2	0	0	1	1
3	0	0	0	1
4	1	0	0	0

Соответственно граф будет выглядеть так, как показано на рисунке 6.

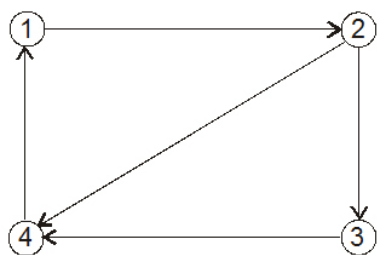


Рисунок 6 – Орграф 4.3.1.8₁₆

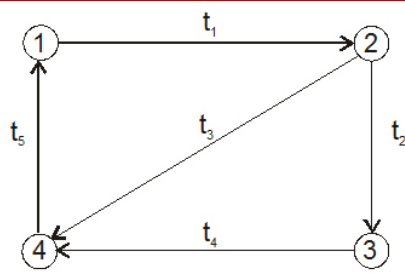


Рисунок 7 – Орграф 4.3.1.8₁₆ с обозначенными дугами t_1, t_2, t_3, t_4, t_5

З а д а ч а 8. Получить матрицу инцидентности для орграфа 4.3.1.8₁₆ (рисунок 7). Обозначим дуги графа: t_1, t_2, t_3, t_4, t_5 .

Матрица инцидентности (таблица 12) содержит строки по числу вершин графа и столбцы по числу дуг. Если дуга исходит из вершины графа, то в соответствующей клетке матрицы ставится -1, а если входит в вершину – то ставится 1. В каждой строке сумма единиц с минусом – это полустепень исхода (расхода), а сумма единиц без минуса – полустепень захода (прихода).

Таблица 12

Матрица инцидентности орграфа 4.3.1.8₁₆

	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5
1	-1	0	0	0	1
2	1	-1	-1	0	0
3	0	1	0	-1	0
4	0	0	1	1	-1

З а д а ч а 9. Для орграфа 4.3.1.8₁₆ получить матрицу всех путей длиной 2.

В этом случае матрица смежности графа умножается сама на себя. Умножение проводится по правилам теоретико-множественных операций с номерами множеств, о которых речь шла ранее на практическом занятии № 2.

Квадрат матрицы смежности представляет собой матрицу всех путей длиной 2, куб – длиной 3 и т.д.

Найдем все пути длиной 2.

Матрица смежности M для орграфа 4.3.1.8₁₆ показана в таблице 11.

Квадрат матрицы смежности M^2 имеет вид:

$$M^2 = \begin{pmatrix} 0100 \\ 0011 \\ 0001 \\ 1000 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0100 \\ 0011 \\ 0001 \\ 1000 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0011 \\ 1001 \\ 1000 \\ 0100 \end{pmatrix}.$$

Процесс получения квадрата матрицы смежности M^2 проиллюстрируем без потери общности на примере вычисления первой строки матрицы.

Первый элемент первой строки определяется как объединение поразрядных пересечений первой строки и первого столбца матрицы M :

$$0100 \cap 0001 = (0 \cap 0) \cup (1 \cap 0) \cup (0 \cap 0) \cup (0 \cap 1) = 0.$$

Второй элемент первой строки – как объединение поразрядных пересечений первой строки и второго столбца матрицы M :

$$0100 \cap 1000 = (0 \cap 1) \cup (1 \cap 0) \cup (0 \cap 0) \cup (0 \cap 0) = 0.$$

Третий элемент первой строки – как объединение поразрядных пересечений первой строки и третьего столбца матрицы М: $0100 \cap 0100 = (0 \cap 0) \cup (1 \cap 1) \cup (0 \cap 0) \cup (0 \cap 0) = 1$.

Четвертый элемент первой строки – как объединение поразрядных пересечений первой строки и четвертого столбца матрицы М:

$$0100 \cap 0110 = (0 \cap 0) \cup (1 \cap 1) \cup (0 \cap 1) \cup (0 \cap 0) = 1.$$

Таким образом, получили первую строку матрицы M^2 – 0011. Видим, что эта строка содержит единицы в третьей и четвёртой позициях. Действительно, смотря на рисунок 7, видим, что есть пути длиной 2 из вершины 1 в вершины 3 и 4 (в них можно попасть за два шага через вершину 2).

З а д а ч а 10. Решить задачу коммивояжёра путём полного перебора маршрутов для нагруженного неориентированного графа (т.е. имеющего неединичные веса рёбер), показанного на рисунке 8.

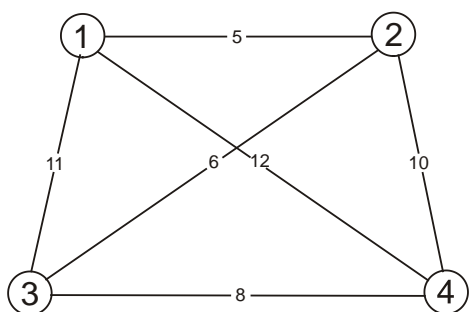


Рисунок 8–Задача коммивояжёра

(1,4,3,2,1) «стоят» 31 условную единицу. Здесь в скобках указаны последовательности вершин графа (рисунок 8).

Задача коммивояжёра – задача самого дешёвого обхода вершин графа с возвратом в исходную вершину 1. Граф нагружен условными единицами стоимости проезда из пункта в пункт.

Для полного перебора маршрутов будем строить дерево обхода вершин, обозначая каждую вершину дерева последовательностью из номеров уже пройденных вершин (рисунок 9).

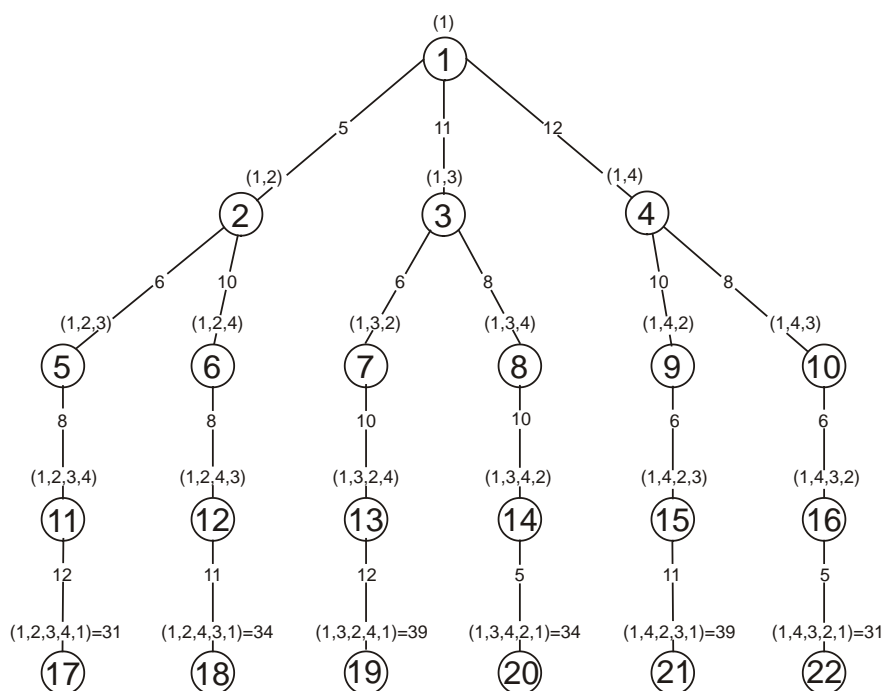


Рисунок 9 – Дерево перебора маршрутов в задаче коммивояжёра

З а д а ч а 11. Решить задачу о Ханойской башне для $n=3$.

Построим граф задачи о Ханойской башне для $n=3$, присвоив каждой вершине координаты в последовательности Y,X, например, (0,1-2-3) означает, что по оси Y – 0, а по оси X – 1-2-3, то есть на диске 3 лежит диск 2, а на диске 2 – диск 1. Чем больше диаметр диска, тем больше его номер. Веса всех рёбер единичны.

Получим разметку вершин методом Беллмана. Укажем её в названиях вершин в фигурных скобках (рисунок 10). Разметка производится из конечной (целевой) вершины 1 в начальную вершину 16.

Двигаться необходимо в сторону уменьшения индексов: начальная вершина (0,1-2-3), далее (1,2-3), затем (1,3), (0,3), (3,0), (3,1), (2-3,1), (1-2-3,0).

З а д а ч а 12. Найти кратчайший путь в графе с рёбрами произвольной длины (рисунок 11) из вершины 1 в вершину 9.

Выполним разметку с учётом длины ребра, причём некоторые метки могут быть уменьшены за счёт более коротких путей. Разметка производится из конечной (целевой) вершины 9 в начальную вершину 1. Двигаемся из начальной вершины 1 в сторону уменьшения индекса на «длину» ребра. Таким образом, кратчайший путь: 1-3-2-8-9.

{10} нет - {6}!

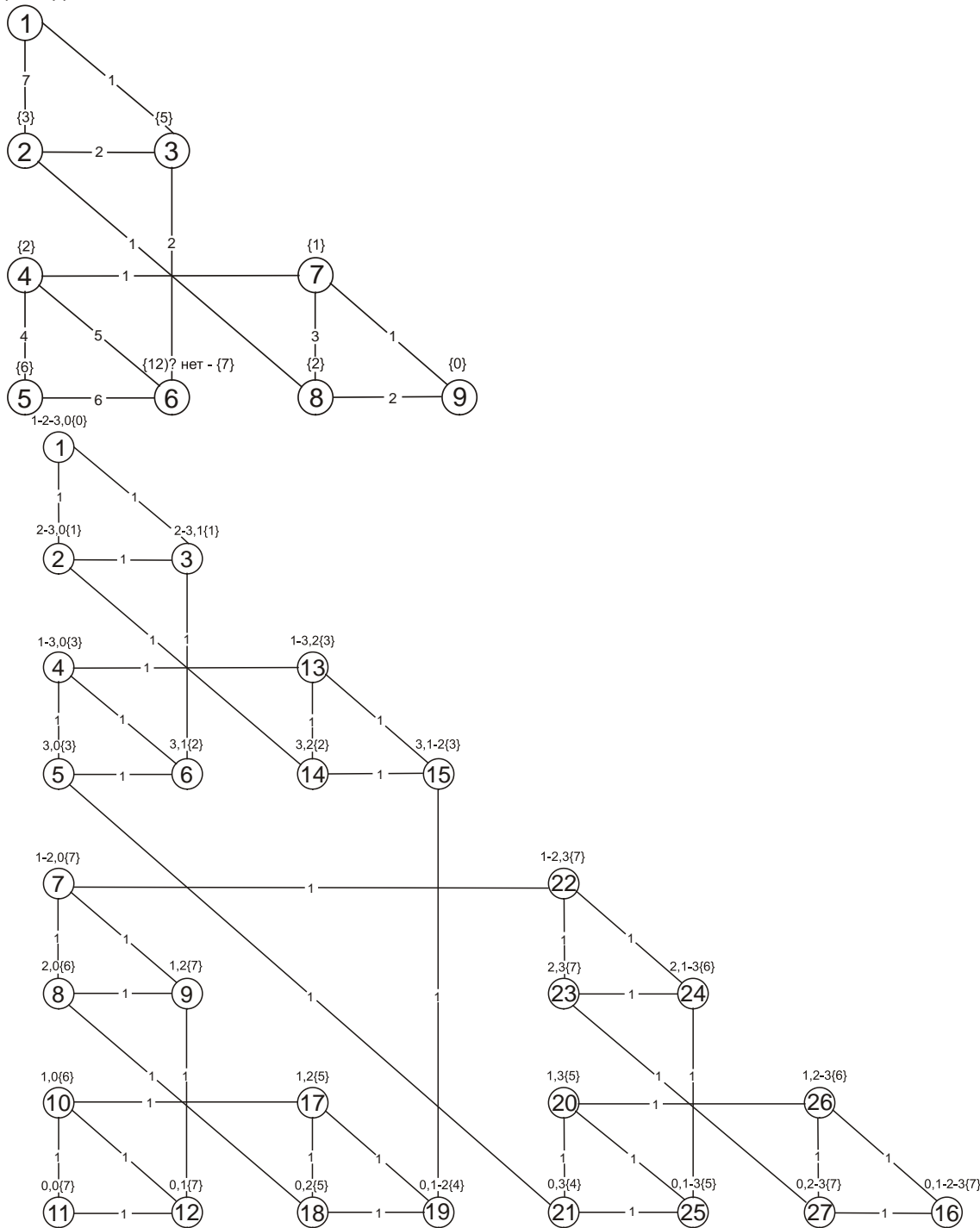


Рисунок 10 – Граф задачи о Ханойской башне для n=3

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 5
Задание переключательных функций

Цель занятия: научиться задавать переключательные функции (ПФ) различными способами.

Методика решения задач

З а д а ч а 1. Задать двухместную трёхзначную дизъюнкцию одномерной таблицей истинности.

Поскольку переменных две и таблица истинности одномерная, то в требуемой таблице будет три столбца – два для двух переменных и один – для значения функции. Строк будет 9, поскольку имеет место размещение с повторениями из трёхэлементного множества (функция – трёхзначная) по двум местам – две переменных. Получаем: $\widehat{A}_3^2 = 3^2 = 3 \cdot 3 = 9$. Значение функции определяется так: оно равно значению максимального аргумента. То есть, например, 1 или 2 получаем 2 (таблица 13).

Таблица 13

Трёхзначная дизъюнкция двух переменных

a	b	f(ab)
0	0	0
0	1	1
0	2	2
1	0	1
1	1	1
1	2	2
2	0	2
2	1	2
2	2	2

З а д а ч а 2. Определить номер двухместной трёхзначной переключательной функции, заданной таблицей 14.

Таблица 14

Трёхзначная переключательная функция двух переменных

a	b	f(ab)
0	0	0
0	1	1
0	2	0
1	0	0
1	1	2
1	2	1
2	0	0
2	1	0
2	2	0

Получим номер в троичной системе счисления: 000120010₃.

Получим номер в десятичной системе счисления. Каждый разряд троичного номера имеет вес степени числа 3, поэтому:

$$000120010_3 = 0 \cdot 3^8 + 0 \cdot 3^7 + 0 \cdot 3^6 + 1 \cdot 3^5 + 2 \cdot 3^4 + 0 \cdot 3^3 + 0 \cdot 3^2 + 1 \cdot 3^1 + 0 \cdot 3^0 = 243 + 162 + 3 = 408.$$

Таким образом, 000120010₃ = 408₁₀.

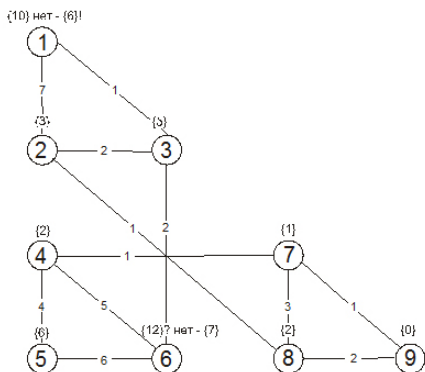


Рисунок 11– Нахождение кратчайшего пути в графе с рёбрами произвольной длины

З а д а ч а 3. Получить таблицу истинности двухместной трёхзначной переключательной функции, заданной десятичным номером 300.

Вначале получим соответствующий троичный вектор функции. Его можно определять путём подбора коэффициентов и степеней числа 3. Ближайшая большая степень числа 3 – это 5, коэффициент 1, получаем 243. Остаток 57. Ближайшая к 57 большая степень числа 3 – это 3, получаем 27, коэффициент 2, получаем 54. Остаток 3. Следующая степень – 1, коэффициент 1. Остаток 0.

Таким образом, получили:

$$0 \cdot 3^8 + 0 \cdot 3^7 + 0 \cdot 3^6 + 1 \cdot 3^5 + 0 \cdot 3^4 + 2 \cdot 3^3 + 0 \cdot 3^2 + 1 \cdot 3^1 + 0 \cdot 3^0 = 243 + 54 + 3 = 300_{10}.$$

Таблица истинности двухместной трёхзначной переключательной функции, заданной десятичным номером 300 показана в таблице 15.

Таблица 15

Трёхзначная переключательная функция двух переменных № 300

a	b	f(ab)
0	0	0
0	1	1
0	2	0
1	0	2
1	1	0
1	2	1
2	0	0
2	1	0
2	2	0

З а д а ч а 4. Получить СДНФ трёхзначной переключательной функции двух переменных № 300 (таблица 15).

Совершенная дизъюнктивная нормальная форма записывается по ненулевым наборам таблицы истинности в виде дизъюнкции этих наборов, причём значения переменных в наборе указывается над символом переменной. Получаем:

$$f(ab) = 1^1 a^2 b \vee 2^1 a b^0 \vee 1^0 a b^1.$$

З а д а ч а 5. Получить двухмерную таблицу истинности четырёхзначной двухместной функции сложения по модулю 4.

Сумма по модулю 4 – это остаток от деления арифметической суммы на модуль – число 4. Так $3+3=6$, делим на 4, получаем остаток 2. В двухмерной таблице переменные указаны по строкам и по столбцам.

Таким образом, получаем таблицу 16.

Таблица 16

Четырёхзначная ПФ «сумма a,b по модулю 4»

	b			
a	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	2	3	0
2	2	3	0	1
3	3	0	1	2

З а д а ч а 6. Получить символическую форму, СДНФ и СКНФ двоичной трёхместной переключательной функции № 175.

Получим соответствующий двоичный код, подбирая степени числа 2: 10101111_2 ($2^7+2^5+2^3+2^2+2^1+2^0$). Таблица истинности ПФ № 175₁₀ показана в таблице 17. В таблице обозначено: ВС – вес строки (десятичный код строки).

Таблица истинности

Переменные			BC	f(abc)	
a	b	c			
0	0	0	0	1	2 ⁰
0	0	1	1	1	2 ¹
0	1	0	2	1	2 ²
0	1	1	3	1	2 ³
1	0	0	4	0	2 ⁴
1	0	1	5	1	2 ⁵
1	1	0	6	0	2 ⁶
1	1	1	7	1	2 ⁷

Символическая форма ПФ – СФ – это перечисление множеств единичных (рабочих) и нулевых (запрещённых) наборов функции. Получим символическую форму ПФ № 175₁₀: f(abc)₁₀=0,1,2,3,5,7 [4,6].

СДНФ – это дизъюнкция элементарных конъюнкций, полученных по единичным наборам ПФ. В нашем случае это 6 наборов:

$$f(abc) = \overset{1}{1} \overset{1}{1} \overset{1}{1} \vee \overset{1}{1} \overset{0}{0} \overset{1}{1} \vee \overset{0}{0} \overset{1}{1} \overset{1}{1} \vee \overset{0}{0} \overset{1}{1} \overset{0}{0} \vee \overset{0}{0} \overset{0}{0} \overset{1}{1} \vee \overset{0}{0} \overset{0}{0} \overset{0}{0} .$$

В бинарном случае единицы перед конъюнкциями не пишут, а переменные, над которыми указан «0» обозначают с чертой (это отрицание или инверсия):

$$f(abc) = abc \vee \bar{a}bc \vee a\bar{b}c \vee \bar{a}\bar{b}c \vee \bar{a}bc \vee \bar{a}\bar{b}c .$$

СКНФ – это конъюнкция элементарных дизъюнкций, полученных по нулевым наборам ПФ. В нашем случае это 2 набора:

$$f(abc) = \overset{1}{1} \overset{0}{0} \overset{0}{0} \vee \overset{1}{1} \overset{1}{1} \overset{0}{0} .$$

Дизъюнкция в каждой скобке равна нулю: (не 1 или 0 или 0)=0, (не 1 или не 1 или 0)=0.

З а д а ч а 7. Даны бинарные трёхместные ПФ:

$$f_1(abc) = ab \vee ac \vee bc;$$

$$f_2(abc) = \bar{a}bc \vee \bar{a}\bar{b}c \vee \bar{a}\bar{b}\bar{c}.$$

Решить соответствующую систему логических уравнений.

Для этого построим таблицу истинности для двух ПФ (таблица 18).

Таблица 18

Таблица истинности двух ПФ

			BC	f ₁	f ₂
a	b	c			
0	0	0	0	0	1
0	0	1	1	0	1
0	1	0	2	0	0
0	1	1	3	1	1
1	0	0	4	0	0
1	0	1	5	1	0
1	1	0	6	1	1
1	1	1	7	1	0

Получим символическую форму ПФ:

$$f_1(abc) = 3,5,6,7[0,1,2,4];$$

$$f_2(abc) = 0,1,3,6[2,4,5,7].$$

Таким образом, решением системы являются наборы 3,6.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 6
Определение свойств бинарных переключательных функций

Цель занятия: научиться определять основные свойства бинарных переключательных функций.

Методика решения задач

З а д а ч а 1. Определить свойства двоичной переключательной функции № 174₁₀.
 Получим соответствующий 174₁₀ двоичный код: 10101110₂ ($2^7+2^5+2^3+2^2+2^1$). Изобразим таблицу истинности ПФ № 174₁₀ (таблица 20).

Таблица 20

Таблица истинности ПФ № 174₁₀

переменные			ВС	f(abc)	
a	b	c			
0	0	0	0	0	2 ⁰
0	0	1	1	1	2 ¹
0	1	0	2	1	2 ²
0	1	1	3	1	2 ³
1	0	0	4	0	2 ⁴
1	0	1	5	1	2 ⁵
1	1	0	6	0	2 ⁶
1	1	1	7	1	2 ⁷

Определим с использованием таблицы истинности свойства ПФ № 174₁₀.

1 Поскольку на наборе 000 ПФ равна 0, то функция обладает свойством сохранения константы «0».

2 Поскольку на наборе 111 ПФ равна 1, то функция обладает свойством сохранения константы «1».

3 Определим, линейна ли ПФ № 174₁₀. Для этого рассмотрим все возможные линейные ПФ от трех аргументов в зависимости от значений коэффициентов линейного полинома трёх переменных: $k_0 \oplus k_1c \oplus k_2b \oplus k_3a$ (таблица 21).

Таблица 21

Линейные ПФ трех аргументов

Значение коэффициентов				Линейная функция
k ₀	k ₁	k ₂	k ₃	
0	0	0	0	$\equiv 0$
0	0	0	1	a
0	0	1	0	b
0	0	1	1	$a \oplus b$
0	1	0	0	c
0	1	0	1	$c \oplus a$
0	1	1	0	$c \oplus b$
0	1	1	1	$c \oplus b \oplus a$
1	0	0	0	$\equiv 1$
1	0	0	1	$\bar{a} = a \oplus 1$
1	0	1	0	$b \oplus 1 = \bar{b}$
1	0	1	1	$a \oplus b \oplus 1 = \overline{a \oplus b}$
1	1	0	0	$1 \oplus c = \bar{c}$

1	1	0	1	$c \oplus a \oplus 1 = \overline{c \oplus a}$
1	1	1	0	$1 \oplus b \oplus c = \overline{b \oplus c}$
1	1	1	1	$c \oplus b \oplus a \oplus 1 = \overline{c \oplus b \oplus a}$

Получим значения линейных ПФ трёх аргументов – векторы линейных ПФ (таблица 22).

Таблица 22

Векторы линейных ПФ

k ₀	k ₁	k ₂	k ₃	Вектор линейной ПФ								Вид линейной ПФ	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	≡0
0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	a
0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	b
0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	a ⊕ b
0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	c
0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	c ⊕ a
0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	c ⊕ b
0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	c ⊕ b ⊕ a
1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	≡1
1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	$\overline{a} = a \oplus 1$
1	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	b ⊕ 1 = \overline{b}
1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	a ⊕ b ⊕ 1 = $\overline{a \oplus b}$
1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1 ⊕ c = \overline{c}
1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	c ⊕ a ⊕ 1 = $\overline{c \oplus a}$
1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1 ⊕ b ⊕ c = $\overline{b \oplus c}$
1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	c ⊕ b ⊕ a ⊕ 1 = $\overline{c \oplus b \oplus a}$

Видим, что ни один из шестнадцати векторов не совпал с вектором ПФ № 174₁₀:

f(abc)
0
1
1
1
0
1
0
1

Поэтому, ПФ № 174₁₀ – нелинейна.

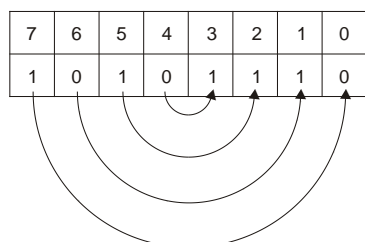


Рисунок 13– Вектор в двоичном коде

4 Определим, обладает ли ПФ № 174₁₀ свойством самодвойственности.

Для этого проанализируем её вектор в двоичном коде (рисунок 13).

Видим, что симметричные разряды 5 и 2 неортогональны (противоположны). Следовательно, ПФ – несамоодвойственна. У самоодвойственной ПФ симметричные разряды ортогональны.

5 Определим, монотонна ли наша ПФ.

Посмотрим на куб соседних чисел (рисунок 14). Монотонная функция по всем возможным путям из вершины (000) в вершину (111) монотонна. Однако наша функция на наборе (010) принимает значение «1», а на большем сравнимом наборе (110) – «0». Следовательно, она не монотонна.

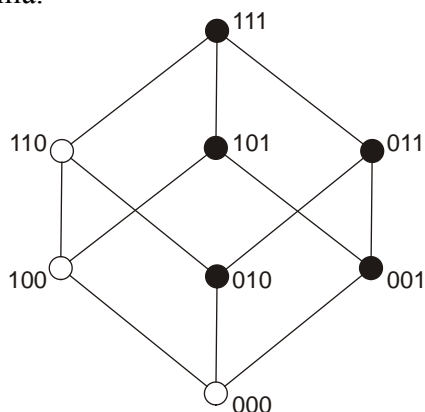


Рисунок 14 – Геометрическое задание ПФ № 174₁₀

Представим вектор свойств ПФ № 174₁₀ (таблица 23).

Таблица 23

Вектор свойств ПФ № 174₁₀

1	2	3	4	5	№ свойства
1	1	0	0	0	наличие свойства

В восьмеричном коде вектор свойств равен 30₈, а в шестнадцатеричном – 18₁₆.

Литература

1. Аляев Ю.А., Тюрин С.Ф. Дискретная математика и математическая логика. М.: Финансы и статистика, 2006. 368 с.
2. Тюрин С.Ф., Аляев Ю.А. Практическая дискретная математика и математическая логика (практические занятия 1–3) // Образовательные ресурсы и технологии. 2015'4(12). С. 43–52. URL: http://www.muiiv.ru/vestnik/pdf/pp/ot_2015_4_043-052.pdf

Practical discrete mathematics and mathematics of logic (practical occupations 4–6)

Sergey Feofentovich Tyurin, professor, professor of the pulpit of the automation and tele mechanical engineers, Perm national research polytechnic university,

Yuri Alexandrovich Alyaev, assistant professor, assistant professor of the pulpit of software of the computing machinery and automated systems, Perm military institute of internal troops of the MIA of Russia,

The technique of solving problems on a practical training on discipline «Discrete mathematics and mathematical logic» developed and applied in practice in the universities of the Perm region.

Keywords: *the discrete mathematics, mathematics of logic, graphs, the switching function*