УДК 004.02

МАШИННОЕ ОБУЧЕНИЕ В ДВУХУРОВНЕВОЙ СИСТЕМЕ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ С ПРИМЕНЕНИЕМ ФУНКЦИЙ ЯДРА МЕРСЕРА

Сидоров Игорь Геннадиевич[1],
канд. техн. наук,
e-mail: igor8i2016@yandex.ru,
[1]ООО «Алгол-М», г. Москва, Россия

Приводится методика машинного обучения с использованием теории игр в форме иерархической дифференциально-разностной игры N+1 лиц в двухуровневой системе принятия решений. Рассматриваются вопросы машинного обучения на основе нелинейных ядер применительно к дифференциальным или дифференциально-разностным двухуровневым кооперативным играм. Предлагается использовать ядровые функции близости типа ядер Мерсера в качестве потенциальных функций обучения на обоих уровнях дифференциальной иерархической игры. В силу существования неподвижной точки у такого типа ядер алгоритм обучения всегда будет сходиться к решению дифференциальной иерархической двухуровневой игры в точке равновесия по Нэшу. Это дает возможность получить устойчивый алгоритм обучения. Показано, что с помощью некоторых нелинейных преобразований ядерных функций Мерсера типа радиально базисных удается решить задачу классификации для двух классов с применением метода потенциальных функций. Показан пример применения методики машинного обучения с использованием ядрового подхода и нелинейной полезности (функции предпочтения). Полученные результаты могут найти применение при построении математических моделей иерархических многоуровневых динамических систем с целью исследования их свойств.

Ключевые слова: классификация, ядро Мерсера, равновесие по Нэшу, разделяющая функция, дифференциальная игра, потенциальная функция

MACHINE LEARNING IN A TWO-LEVEL DECISION-MAKING SYSTEM USING THE MERCER KERNEL FUNCTIONS

Sidorov I.G.[1],
Candidate of Technical Sciences,
e-mail: igor8i2016@yandex.ru,
[1] "Algol-M" LLC, Moscow, Russia

This paper proposes a machine learning technique using game theory in the form of a hierarchical difference-differential game of N+1 persons in a two-level decision-making system. The issues of machine learning based on nonlinear kernels are considered in relation to differential or difference-differential two-level cooperative games. It is proposed to use kernel proximity functions like Mercer kernels as potential learning functions at both levels of the differential hierarchical game. Due to the existence of a fixed point for this type of kernels, the learning algorithm will always converge to the solution of a differential hierarchical two-level game at the Nash equilibrium point. This makes it possible to obtain a sustainable learning algorithm. The paper shows that with the help of some nonlinear transformations of Mercer kernel functions of the radial basis type, it is possible to solve the classification problem for two classes using the method of potential functions. An example of applying the machine learning technique using the kernel approach and non-linear utility (preference functions) is shown. The results obtained can be used in the construction of mathematical models of hierarchical multilevel dynamical systems in order to study their properties.

Keywords: classification, Mercer kernel, Nash equilibrium, separating function, differential game, potential function

DOI 10.21777/2500-2112-2022-1-76-82

Введение

Интерес к алгоритмам распознавания образов и машинного обучения, с которыми исследователям приходится иметь дело в самых различных областях, например в науке об управлении, экономике, социологии, физилогии нервной системы, биологии, в последние годы непрерывно растет. Важным направлением исследования таких «сложных» систем является рассмотрение их как многоуровневых систем, или систем с иерархической структурой. Иерархическим системам управления соответствуют многоцелевые и многоуровневые системы принятия решений. В настоящее время хорошо развита, по сути, только теория одноцелевых и одноуровневых решений (все разновидности математического программирования, оптимизационных экономико-математических методов и пр.) [1]. В целом, слабее развита и значительно меньше применяется теория могоцелевых, могогоуровневых и, соответственно, теория иерархических систем управления. В данной работе предлагается методика машинного обучения с использованием теории игр в форме иерархической дифференциально-разностной игры N+1 лиц в двухуровневой системе принятия решений. Такие двухуровневые системы могут использоваться как основные элементы (модули) при синтезе более общих многоуровневых систем.

В условиях скаляризации векторных критериев каждого из игроков с использованием одного из возможных видов потенциальной функции обучения в классе нечетких ядер Мерсера [2, с. 39] типа радиально базисных функций реализуется алгоритм машинного обучения с учителем для решения задачи оценки предпочтительности двух векторных критериев. В алгоритме используется метод градиента потенциальных функций с учетом определения функций предпочтения старшего и младшего уровней двухуровневой иерархической динамической структуры управления, сформированных по функции ядра Мерсера соответствующего уровня.

Математическая постановка задачи

Рассмотрим управляемый объект, описываемый векторным дифференциальным уравнением (1)

$$\frac{d\vec{X}^{j}(t)}{dt} = \vec{f}(\vec{X}^{j}(t), \vec{U}^{j}(t)) \qquad (1)$$
$$t = t_0, \vec{X}(t_0) = \vec{X}_0$$

и линейные целевые функции $i - ых$ игроков, $i = 1, \ldots, N+1$, вида (2)

$$FCi(\vec{X}1) = \vec{C}i * \vec{X}1, \qquad (2)$$

где $X^{j}(t) = (x_1^{j}, \ldots., x_{nj}^{j})$ – вектор состояния j-го игрока (вектор – столбец), а значения компонент этого вектора в дальнейшем будем рассматривать как количество некоторого ресурса;

$U^{j}(t) = (\vec{u}_{1j}^{j}(t), \ldots, \vec{u}_{nj}^{j}(t), \mathrm{j} = \{1, \ldots, N+1\}$ – управляющие вектор-функции – стратегии игроков представляют кусочно-непрерывные функции времени.

Стратегия координации построена на принципе достижения глобальной цели только через действия нижестоящих решающих элементов. Задача, решаемая вышестоящим элементом, должна обладать такими свойствами, чтобы локальные задачи нижестоящих элементов обеспечивали решение глобальной задачи всякий раз, когда они скоординированы относительно задачи, решаемой вышестоящим элементом с использованием обратной связи.

Пусть задано обучающее множество $\{(\vec{K}_1, y_1), \ldots, (\vec{K}_{\grave{o}}\ , y_{\grave{o}})\}$, так что каждый частный векторный критерий $\vec{K}_i$ может быть отнесен к одному из двух множеств: обучаемому (y_i=+1) или распознаваемому (y_i=-1), которое содержит базисные критерии, обученные экспертами конкретной подсистемы. При этом предполагается, что сам критерий состоит из пары сравниваемых подвекторов одинаковой размерности, отвечающих двум подсистемам (решениям) q –ой и p –ой для оценки предпочтительности одного из них по критерию оптимальности – формализованной системе предпочтений Q в пространстве векторов $(\vec{K}_i^p, \vec{K}_i^q)$. Система предпочтений Q обладает тем свойством, что параметр предпочтения $P>0$, если $\vec{K}_i^p(R^p)$ не хуже $\vec{K}_i^q(R^q)$; $P<0$, если $\vec{K}_i^p(R^p)$ хуже $\vec{K}_i^q(R^q)$; $P=0$, если $\vec{K}_i^p(R^p)$ и $\vec{K}_i^q(R^q)$ эквивалентны (равнополезны).

Алгоритм решения задачи «Оценка предпочтительности двух векторных критериев» с использованием функций ядра Мерсера

Представляется естественным построить функцию ядра $FP(\vec{K}_p, \vec{K}_q)$ так, чтобы она сравнивала обучаемое и распознаваемое множества критериев $\{(\vec{K}_1, y_1), ..., (\vec{K}_\delta, y_\delta)\}$ и выдавала значение, характеризующее сходство таких множеств.

Введение меры близости входных векторов к эталонным связано с аппроксимацией разделяющей поверхности при помощи метода потенциальных функций [3]. Рассмотрим простейший алгоритм распознавания, основанный на методе потенциальных функций. Один из конкретных вариантов такой функции $FP(\vec{K}_p, \vec{K}_q)$, уже обученной экспертами, имеет вид (3)

$$FP(\vec{K}_p, \vec{K}_q) = \frac{1}{1+\sum_{ib}^{L} \| (\vec{K}_p, \vec{K}_q), (\overrightarrow{KB}_p(ib), \overrightarrow{KB}_q(ib) \|}, \tag{3}$$

где знаки ||,|| обозначают некоторую норму близости , например евклидово расстояние между текущей парой векторов – критериев из обучающей или распознаваемой последовательности $W=(\vec{K}_p, \vec{K}_q)$ размерности $2L$ и парой векторов $(\overrightarrow{KB}_p(ib), \overrightarrow{KB}_q(ib))$, образующих обученный экспертами базис, L – размерность векторных критериев $\vec{K}_p$ и $\vec{K}_q$. Базис позволяет по приведенному соотношению количественно определить, насколько первый вектор $\vec{K}_p$ лучше второго $\vec{K}_q$, если разделяющая функция $G(\vec{K}_p, \vec{K}_q)$ положительна, или хуже второго $\vec{K}_q$, если $G(\vec{K}_p, \vec{K}_q)$ отрицательна. Разделяющая функция $G(\vec{K}_p, \vec{K}_q)$ получается итерационным методом, когда выборки $\vec{W}^i = (\vec{K}_p^i, \vec{K}_q^i)$ и обученный базис $(\overrightarrow{KB}^i_p(ib), \overrightarrow{KB}^i_q(ib))$ рассматриваются последовательно:

$$G(\vec{K}_p^{i+1}, \vec{K}_q^{i+1}) = G(\vec{K}_p^i, \vec{K}_q^i) + r(\vec{K}_p^i, \vec{K}_q^i) \cdot FP((\vec{K}_p^i, \vec{K}_q^i), (\overrightarrow{KB}^i_p, \overrightarrow{KB}^i_q)), \tag{4}$$

где $r(\vec{K}_p^i, \vec{K}_q^i)$ – некоторая функция ошибки.

По своему содержанию алгоритм (4) весьма близок к алгоритму обучения пороговых элементов [3; 4]. Одна из возможных структур такого вида алгоритмов имеет вид

$$G(\vec{K}_p^{i+1}, \vec{K}_q^{i+1}) = \begin{cases} G(\vec{K}_p^i, \vec{K}_q^i) + F((\vec{K}_p^i, \vec{K}_q^i), (\overrightarrow{KB}^i_p, \overrightarrow{KB}^i_q)) \ \textbf{если} \ \overrightarrow{WB}^i = \omega_1 \ \textbf{и} \ G(\vec{K}_p^i, \vec{K}_q^i) \le 0; \\ G(\vec{K}_p^i, \vec{K}_q^i) - F((\vec{K}_p^i, \vec{K}_q^i), (\overrightarrow{KB}^i_p, \overrightarrow{KB}^i_q)) \ \textbf{если} \ \overrightarrow{WB}^i = \omega_2 \ \textbf{и} \ G(\vec{K}_p^i, \vec{K}_q^i) \ge 0; \\ G(\vec{K}_p^i, \vec{K}_q^i). \end{cases} \tag{5}$$

В (5) обозначения ω_1 **,** ω_2 классы разбиения соответствуют бинарному отношению $G(\vec{K}_p, \vec{K}_q)$. В частности, это может быть равновесие по Нэшу или Парето, в которые попадает изображение – множество классифицируемых объектов. Использование метода потенциальных функций [3] наиболее оправдано тогда, когда либо невелико число выборок, либо размерность достаточно мала, чтобы функцию $G(\vec{K}_p, \vec{K}_q)$ можно было представить в виде таблицы дискретных значений $\vec{W}^i = (\vec{K}_p^i, \vec{K}_q^i)$.

Процесс обучения критериальной базы (далее – КБ) состоит в последовательном предъявлении векторов $\vec{W}^1, \vec{W}^2, ..., \vec{W}^m$ обучающей последовательности, определении КБ предпочтения и коррекции базиса КБ в случае неправильной (не совпадающей с мнением коллектива экспертов (далее – КЭ)) оценки предпочтения. В простейшем случае коррекция осуществляется путем добавления в базис неопознанного вектора $\vec{W}^m$ с записью правильного знака относительно полезности. В результате в базисе появится новый элемент $(\vec{W}^m, C^m)$, где $C^m = sign(G(\vec{K}_p, \vec{K}_q))$. Таким образом, наказанием за ошибку распознавания является ввод элемента в базис, а поощрением – отсутствие такой операции. В режиме автоматической настройки величина относительной полезности P^{ke} векторов $\vec{K}_p$ и $\vec{K}_q$ определяется КБ вышестоящего звена (центр – управляющий игрок) с заменой вектора $\vec{W}^m$ на $\vec{W}^{m1}$, который определяется из векторно-матричного соотношения (6)

$$\vec{W}^{m1} = (A \cdot \vec{K}_{pi}, A \cdot \vec{K}_{qi}), \tag{6}$$

где A – матрица связей компонент критериев настраиваемой базы старшего звена с критериями $\vec{K}_{pi}, \vec{K}_{qi}$ ***i-го*** звена размерностью $L^i \times L$, где L^i – размерность векторов критериев старшего ***i-го*** звена, а L – размерность векторов критериев младшего ***i-го*** звена.

Легко проверяется, что построенная таким образом потенциальная функция $FP(\vec{K}_p, \vec{K}_q)$ из соотношения (3) осуществляет необходимое для ядра Мерсера отображение множества критериев $\vec{K}_i$ в евклидово пространство H. Отметим, что возможны и другие похожие варианты построения потенциальной функции обучения с помощью ядер Мерсера [1, с. 401] с предлагаемым в работе методом построения ядер обучения.

Ядро старшего звена $FP(\vec{K}_p, \vec{K}_q)$ построено на критериях младшего уровня, которые сформированы из простого базового ядра Мерсера K_0, имеющего вид

$$K_0 = \frac{1}{1 + \| x - y \|}\quad, \tag{7}$$

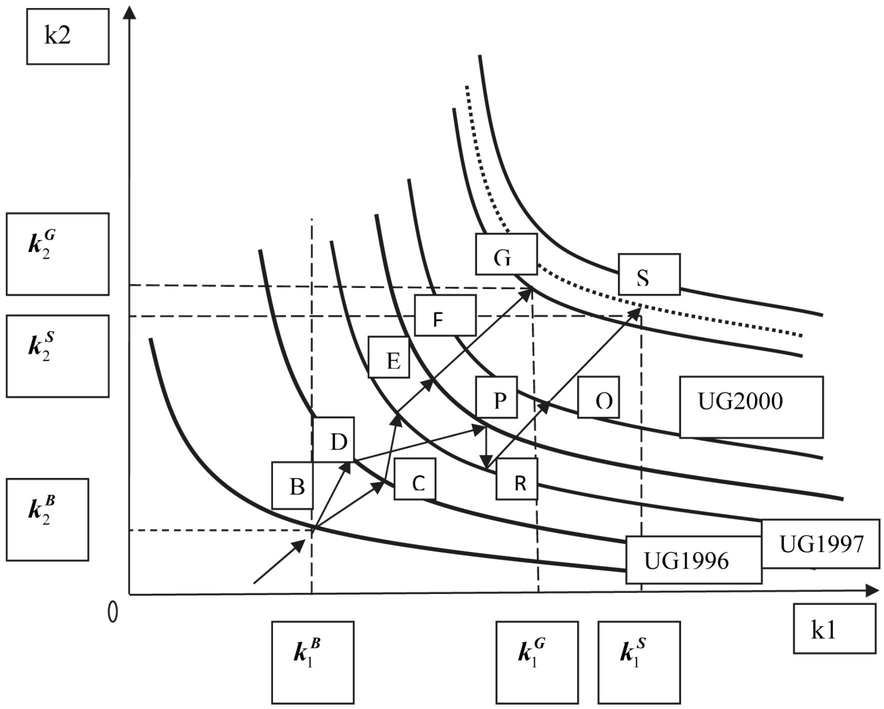
где знаки ||,|| обозначают норму близости, например евклидово расстояние между текущей парой векторов – критериев из обучающей или распознаваемой последовательности $W = (\vec{K}_p, \vec{K}_q)$ размерности $2L$ и парой векторов $(\overrightarrow{KB}_p(ib), \overrightarrow{KB}_q(ib))$, образующих обученный экспертами базис.

В силу свойств построения новых ядер Мерсера из более простых, например вида (7) [5, с. 401], мы можем заключить, что результирующее ядро (3) также является ядром Мерсера, которое является положительно определенной квадратичной формой в окрестности своей критической точки по одному из свойств в определении ядра Мерсера [2, с. 39]. Следовательно, результирующее ядро обладает свойством структурированной устойчивости данной динамической системы (1) к возмущениям как потенциальной функции со своим индексом, равным нулю [6, с. 99–100]. Это очень важно для задач поиска локального максимума (минимума) целевого векторного критерия в иерархических многоуровневых задачах оптимизации.

Применение методики машинного обучения в задаче экстраполяции уровня жизни населения на примере двухуровневой иерархической системы управления

Рассмотрим задачу прогнозирования уровня жизни населения на долгосрочную перспективу при рациональном использовании ресурсов на основе нелинейной функции полезности (функции предпочтения) и машинного метода обучения с использованием ядрового подхода. Нелинейная функция полезности вычисляется с использованием настроенного экспертами обученного критериального базиса $(\overrightarrow{KB}^i_p(ib), \overrightarrow{KB}^i_q(ib))$ (системы предпочтений). Для максимизации прироста уровня жизни необходимо сделать шаг в направлении градиента функции полезности $\boldsymbol{gradUGMAX(h)}$ в ***h-м*** году. Естественно, что учитываются только отрицательные компоненты вектора градиента, т.е. те, которые отвечают снижению $\boldsymbol{gradUGMAX(h)}$ в пространстве решений R[i,j] с учетом функций предпочтения fp и fpi, найденных по методу потенциальных функций из соотношений (3)–(5).

Нелинейность неизбежно возникает по мере приближения соответствующего частного критерия к своему максимальному значению (100 %). В данном подрежиме используется метод кусочно-линейной оптимизации либо методы нелинейного (например, выпуклого) программирования. Следует отметить, что в этом режиме возможна нечеткая оптимизация с нечеткими линейными и нелинейными векторными функциями цели и нечеткими коэффициентами в линейных ограничениях, которая сводится к детерминированному случаю [4]. Задача может также решаться методами линейного программирования, если будет сформирована линейная целевая функция на базе численного дифференцирования алгоритмически заданных функций предпочтения fp и fpi. Условно такое кусочно-линейное многоэтапное движение показано на рисунке ломаной линией для двухкритериальной функции уровня жизни в долгосрочном прогнозировании при рациональном использовании ресурсов.



Варианты долгосрочного прогноза изменения уровня жизни по годам
при рациональном использовании ресурсов

В приведенных графических иллюстрациях и их разъяснениях сделан ряд допущений, которые следует учитывать в реальной оптимизационной модели системы «Регион – производство – уровень жизни»:

1) критерии $\vec{K}2$, $\vec{K}2$ сами являются векторами, компоненты которых, в свою очередь, также являются векторами и т.д.;

2) критерии $\vec{K}1$ и $\vec{K}2$ являются также «полезностями» по отношению к аргументам-показателям удовлетворения конкретными благами;

3) критерии $\vec{K}1$, $\vec{K}2$ зависят нелинейно от удельных затрат Z1, Z2 (цен C1,C2). С ростом критериев удельные затраты не возрастают (они могут возрастать или убывать лишь при значительных колебаниях этих величин в силу большого изменения спроса), но с ростом $\vec{K}1$, $\vec{K}2$ полезность затрат ре-

сурсов убывает (сравните ценность куска хлеба для голодного (малое $K1$) и неголодного, хотя цена хлеба одинакова);

4) в модели реального управления правила игры в семье и обществе существенно различны, хотя семью можно рассматривать как элементарный регион.

В более адекватной действительности модели, кроме синхронного движения, т.е. через равные промежутки времени (год, квартал, месяц), может быть реализован такой динамический процесс, в котором существенные параметры модели (показатели, критерии) изменяются не только в конце соответствующих временных интервалов, но и в моменты наступления некоторых детерминированных (плановых) или случайных событий. К таким существенным событиям относятся, например, ввод в строй больших производственных объектов, акты получения или потери валютных доходов, открытие и создание новых технологий, существенно сберегающих ресурсы или улучшающих экологию, появление гениальных лидеров-руководителей и т.д.

Заключение

В работе предложена методика численного моделирования многокритериальных функций оптимизации с использованием ядер Мерсера в условиях нечеткости обучаемой нелинейной модели большой размерности и линейных ограничений по принципу бинарного предпочтения сравниваемых векторных критериев. Разработан алгоритм комплексной оценки искомых параметров иерархических дифференциально-разностных игр N+1 лиц управляемых объектов. В сравнении с классическими методами управления многообъектной системой на основе стабильных эффективных решений и компромиссов в условиях конфликта и неопределенности [1; 2; 4–8] предложенный метод машинного обучения обладает свойством структурированной устойчивости к возмущениям потенциальной функции обучения со своим индексом, равным нулю. Показан пример применения методики на основе нелинейной полезности (функции предпочтения) и машинного метода обучения с использованием ядрового подхода. В условиях нечеткости обучаемой нелинейной модели применен подход скаляризации критериев в форме иерархической дифференциально-разностной игры N+1 лиц в двухуровневой системе принятия решений. Полученные результаты могут найти применение при построении математических моделей иерархических многоуровневых динамических систем с целью исследования их свойств.

Список литературы

1. *Месарович М., Мако Д., Такахара Н.* Теория иерархических многоуровневых систем. – Москва: Мир, 1973. – 344 с.

2. *Захаров А.М., Деветьяров Д.А., Кумсков М.И.* Решение задачи «структура-активность» с использованием нечетких функций близости (kernel-функций) // Система прогнозирования свойств химических соединений. Алгоритмы и модели: сб. науч. тр. – Москва: МАКС Пресс Москва, 2008. – С. 37–50.

3. *Айзерман М.А., Браверман Э.М., Розоноэр Л.И.* Метод потенциальных функций в теории обучения машин. – Москва: Наука, 1970. – 384 с.

4. *Сидоров И.Г.* Игровая оптимизация управленческих решений в высококонкурентной среде. – Germany: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2016. – 216 с.

5. *Бишоп К.М.* Распознавание и машинное обучение. – Санкт-Петербург: Диалектика, 2020. – 960 с.

6. Методы классической и современной теории автоматического управления. Т. 3. Методы современной теории автоматического управления / под ред. К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова. – Москва: Изд-во МГТУ, 2000. – 748 с.

7. *Ермольев Ю.М., Урясьев С.П.* О поиске равновесия по Нэшу в играх многих лиц // Кибернетика. – 1982. – № 3. – С. 85–88.

8. *Pao L.F.* Differential games and a Nash equilibrium searching algorithm // SIAM J. Control. – 1975. – Vol. 13, No. 4. – July.

References

1. *Mesarovich M., Mako D., Takahara N.* Teoriya ierarhicheskih mnogourovnevyh sistem. – Moskva: Mir, 1973. – 344 c.
2. *Zaharov A.M., Devet'yarov D.A., Kumskov M.I.* Reshenie zadachi "struktura-aktivnost'" s ispol'zovaniem nechetkih funkcij blizosti (kernel-funkcij) // Sistema prognozirovaniya svojstv himicheskih soedinenij. Algoritmy i modeli: sb. nauch. tr. – Moskva: MAKS Press Moskva, 2008. – C. 37–50.
3. *Ajzerman M.A., Braverman E.M., Rozonoer L.I.* Metod potencial'nyh funkcij v teorii obucheniya mashin. – Moskva: Nauka, 1970. – 384 s.
4. *Sidorov I.G.* Igrovaya optimizaciya upravlencheskih reshenij v vysokokonkurentnoj srede. – Germany: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2016. – 216 c.
5. *Bishop K.M.* Raspoznavanie i mashinnoe obuchenie. – Sankt-Peterburg: Dialektika, 2020. – 960 c.
6. Metody klassicheskoj i sovremennoj teorii avtomaticheskogo upravleniya. T. 3. Metody sovremennoj teorii avtomaticheskogo upravleniya / pod red. K.A. Pupkova, N.D. Egupova. – Moskva: Izd-vo MGTU, 2000. – 748 c.
7. *Ermol'ev Yu.M., Uryas'ev S.P.* O poiske ravnovesiya po Neshu v igrah mnogih lic // Kibernetika. – 1982. – № 3. – S. 85–88.
8. *Pao L.F.* Differential games and a Nash equilibrium searching algorithm // SIAM J. Control. – 1975. – Vol. 13, No. 4. – July.