Литература

1. *Плонси Р., Барр Р.* Биоэлектричество. – Москва: Мир, 1991. – 366 с.
2. *Jaakko Malmivuo, Robert Plonsey*. Bioelectromagnetism: Principles and Applications of Bioelectric and Biomagnetic Fields. – Oxford University Press, New York, 1995.
3. ECGsim // http://www.ecgsim.org
4. *Kubov V.I, Dobrovolska A.S.* Application of ECGsim model for study heart electric potentials and their connections with an ECG form. // Electronics and Nanotechnology, April 12-14, 2011, Kyiv, Ukraine.// ELNANO 2011.pdf, p.118.
5. *Белолуцкая И.В., Кубов В.И., Кубова Р.М.* 3-D дипольная модель электрических потенциалов сердца // Материалы X Международной научно-технической конференции «Физические процессы и поля технических и биологических объектов». – Кременчуг, 2011. С. 117-118.
6. LTspice/SwCAD III/ Design Simulation and Device Models. www.linear.com/ design-tools/software/index.jps
7. *Кубов В.И.* Исследование схем импульсных источников питания в SwCAD/Ltspice.// Киев: МК-Пресс, СПб: КОРОНА-ВЕК, 2010. – 208 с.
8. *Кубов В.И., Кубова Р.М.* Трехмерная ориентация векторов электрической активности сердца и треугольник Эйтховена в кардио-диагностике. // Материалы XI Международной научно-технической конференции «Физические процессы и поля технических и биологических объектов. Кременчуг, 2012. С. 141-142
9. *Robert Plonsey, Roger C. Barr.* Bioelectricity: A Quantitative Approach (Hardcover) //Kluwer Academic/ Plenum Publishers, New York, 2000.

Training Model of Research of Work of Heart As Pulse System

The paper presents the results of modeling heart work by presenting potential major cardiographic leads as three-dimensional projections of the electrical activity of the heart. The novelty of the model is the ability by changing its parameters to describe various pathologies in the cardiogram. One dipole approximation model of variable amplitude , two dipoles with different orientations in space and time delay and three dipoles with fixed orientation in space, but with variable electrical amplitudes in time are considered.

Keywords: electrical activity of heart, cardiogram, electrode leads, electrical activity of dipole, SQR-complex ECG.

Vladimir Ilyich Kubov*, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,*
Black Sea State University after P. Mogila (Nikolaev)
Raziya Makhmudovna Kubova*, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor*
Moscow Vitte University

АЛГОРИТМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПЕРИОДА ИЗМЕНЕНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКОГО ПАРАМЕТРА

Георгий Андреевич Ройко*, к.э.н., консультант генерального директора*
Тел.: 8(495)330-01-33, e-mail: eco13@yandex.ru
Сергей Николаевич Маликов*, к.т.н., с.н.с., зам. генерального директора по научно-конструкторской работе*
Тел.: 8(495)330-01-33, e-mail: sergej.malikov@bk.ru
Станислав Михайлович Чудинов*, д.т.н., проф., зам. генерального директора по научной работе*
Тел.: 8(495)330-01-33, e-mail: chud35@yandex.ru
ОАО «НИИ супер ЭВМ»
http://www.super-computer.ru

С использованием методики теории статистических решений решается задача выявления скрытых периодичностей изменения экономических параметров. Предлагается методика оценки флуктуационной составляющей ошибки определения периода. Приводятся результаты математического моделирования.

Ключевые слова: экономические параметры, алгоритм определения периода, скрытые периодичности.

Г.А. Ройко

Теория систем и повседневный человеческий опыт убеждают нас в цикличности проявлений практически всех наблюдаемых тенденций развития экономической жизни общества. Реализация свойств настройки и контроля оптимальности текущих системных параметров на основе колебательного процесса является естественным свойством самоорганизующихся систем. Указанное обстоятельство широко используется в процессе проведения системных исследований. При этом проблема выявления периодических изменений во всякого рода статистических данных имеет давнюю историю [1, 2, 4]. Однако существующие методы определения периода изменения экономических и технических параметров ориентированы на апостериорную обработку сформированного информационного массива. В частности, экономические исследования подчас оперируют данными многолетних наблюдений, предполагают наличие априорной информации о значении искомого периода, а также возможность многоэтапного поиска и уточнения периода. Многообразие причин, влияющих на развитие циклических процессов, затрудняет теоретическое обоснование и оперативный прогноз развития событий. С учетом динамики развития современной экономики может найти применение оперативный анализ экономических данных, и своевременное выявление наметившихся тенденций может принести определенные преимущества отдельным участникам рынка. В частности, моменты времени изменения российских биржевых индексов индицируются с точностью не менее одной секунды.

С.Н. Маликов

Авторы сознательно не анализируют причины возникновения и изменения параметров колебаний анализируемых экономических процессов. За рамками работы также остаются вопросы правомерности использования и обоснованности прогнозов изменения исследуемых параметров, полученных на основе ограниченного объёма предшествующих данных.

С.М. Чудинов

Математическое обоснование алгоритма. Будем предполагать, что периодичность τ получения оценок исследуемого параметра $\hat{z}(t)$ много меньше искомого периода $T_и$.

Для выявления периодичности полученных оценок $\hat{z}(t)$ составим две функции:

$$Z(t,T)= \hat{z}(t)- \hat{z}(t-T) \qquad (1)$$

и соответствующую ей

$$\mu(T) = \frac{1}{t_L-T}\int_T^{t_L} Z^2(t,T)dt, \qquad (2)$$

где

$\hat{z}(t)$ – оценки параметра для $t > 0$;

$t_L=L\times\tau$ – текущий интервал времени, для которого анализируется реализация;

L – количество полученных оценок исследуемого параметра на текущем интервале времени;

T – пробное значение периода.

Функция $\mu(T)$ принимает минимальное значение при $(T = T_и)$. Если рассматривать исследуемый экономический параметр $\hat{z}\,(t)=n_t$ как выборочные значения случайного процесса и взять за оценку апостериорной функции распределения

$$F(T) = \frac{1}{\mu(T)}, \tag{3}$$

то при $\mu(\hat{T}) = \min \mu\,(T)$ или, что то же, $F(\hat{T}) = max\, F\,(\hat{T})$ мы получим оптимальную оценку периода $\hat{T}$.

Байесовская оценка [3] параметра T при выборе квадратичной функции потерь и в предложении равномерного априорного распределения параметра на исследуемом интервале запишется в виде

$$\hat{T} = \frac{\int_0^{t_L} T/F(T)\mathrm{d}T}{\int_0^{t_L} 1/F(T)\mathrm{d}T} \tag{4}$$

После подстановки сюда выражений (3) и (2)

$$\hat{T} = \frac{\int_0^{t_L} T\mathrm{d}T/\{1/(t_L-T)\int_T^{t_L}[\,\hat{z}(t)-\hat{z}(t-T)]^2\mathrm{d}t\}}{\int_0^{t_L} \mathrm{d}T/\{1/(t_L-T)\int_T^{t_L}[\,\hat{z}(t)-\hat{z}(t-T)]^2\mathrm{d}t\}} \tag{5}$$

Учитывая дискретный характер исследований, можно перейти от интегрирования к суммированию:

$$T_L = \tau \sum_{p=1}^{L-1} p/\,[\frac{1}{L-p+1}\sum_{k=p}^{L}(n_k - n_{k-p})^2]\;/\sum_{p=1}^{L-1}\frac{1}{L-p+1}\sum_{k=p}^{L}(n_k - n_{k-p})^2, \tag{6}$$

где n_k – оценка значения исследуемого параметра $\hat{z}(t)$, соответствующая τ окрестности момента времени $t_k = k \times \tau$,

$$p = \frac{T}{\tau}.$$

Очевидно, что для интервала времени исследования параметра t_L=L·τ в общем случае неправомерно говорить о возможности выявления периодических изменений с периодом более $\frac{t_L}{2} = \tau \times \frac{L}{2}$, что ограничивает допустимые значения $p < \frac{L}{2}$.

Сформулированное выше условие $\tau << T_и$, выливается в ограничение $p >> 1$.

Данная оценка (6) может быть непосредственно использована в алгоритме определения периода изменения экономического параметра.

Необходимо учесть, что зависимость $\mu(T)$ имеет периодический характер с периодом $T_и$. При значениях аргумента $T = \tau$, $T_и \pm \tau, 2T_и \pm \tau$ ... значения $\mu(T)$ будут приблизительно равны и будут меньше других значений $\mu(T)$, кроме $\mu(T_и)$, $\mu(2T_и)$ и т.д. Этот факт позволяет сформулировать критерий принадлежности очередной оценки периода τ окрестности истинного значения периода.

$$\mu(T_и \pm \delta\tau) < \mu(\tau), \text{где } \delta < 1. \tag{7}$$

Данный критерий также можно использовать для нахождения $T_и$ и уточнения значения $T_и$ на основе интерполяции результатов вычисления

$$\mu(T) = \sum_{p=1}^{L-1}\frac{1}{L-p+1}\sum_{k=p}^{L}(n_k - n_{k-p})^2.$$

Условие единственности максимума функции правдоподобия в окрестности $T = T_и$ ограничивает максимальные пределы суммирования по p в формуле (6) от 1 до $2T_и/\tau - 1$. Это позволяет перейти к усреднению по кратным $T_и$-периодам.

Выведем

$$\Delta < 1,$$

$$P_1 = (1-\Delta)\hat{T}/\tau,$$

$$P_2 = (1+\Delta)\hat{T}/\tau,$$

$$M = \mathrm{entier}[(L-1)/P_2],$$

тогда после выполнения критерия (7) оценку значения периода можно производить по формуле

$$T_L = \tau \frac{\sum_{p=P_1}^{P_2} p / \sum_{m=1}^{M} \frac{1}{L-mp+1} \sum_{k=mp}^{L} (n_k - n_{k-pm})^2}{\sum_{p=P_1}^{P_2} 1 / \sum_{m=1}^{M} \frac{1}{L-mp+1} \sum_{k=mp}^{L} (n_k - n_{k-pm})^2} \quad (8)$$

Усреднение по кратным $T_и$-периодам предполагает определенную стабильность характера изменения экономического параметра. Тем самым, при использовании алгоритма необходимо выбирать количество точек данных, соблюдая баланс между стремлением повысить точность результата и опасностью использования устаревших данных о характере изменения параметра. Указанного баланса можно достигнуть на основе систематических проверок по критерию (7).

Характер изменения оценки $T_и$ также позволяет судить о степени «полезности» проведенных вычислений: «неизменное» значение оценки свидетельствует о том, что период найден, а резкие изменения оценки свидетельствуют о невозможности определения периода по выбранной группе данных.

Оценка флуктуационной составляющей ошибки определения периода и результаты вычислений. Заданный при формулировке задачи случайный характер регистрируемого сигнала, конечность реализации и дискретный характер поступления данных предполагают наличие флуктуационной составляющей ошибки определения периода. Для нахождения нижней границы дисперсии оценок воспользуемся неравенством Рао-Крамера

$$(\sigma^2)^{-1} = -\langle \frac{\partial^2 lnP_{n_1,\dots,n_L}(T)}{\partial T^2} \rangle, \quad (9)$$

где $P_{n_1 \dots n_L}$ – совместная плотность распределения отчетов исследуемого параметра.

В частности, для пуассоновской статистики

$$P_{n_1 \dots n_L} = \prod_{k=1}^{L} P_{n_k} = \prod_{k=1}^{L} \frac{a_k^{n_k}}{n_k} e^{-a_k}, \quad (10)$$

где

$$a_k = \alpha \int_{t_k}^{t_{k+1}} \hat{z}(t)\, dt \simeq \alpha\, \hat{z}(t_k)\, \tau, \quad (11)$$

$$\langle \frac{\partial^2 lnP_{n_1,\dots,n_L}}{\partial T^2} \rangle = \sum_{k=1}^{L} \frac{1}{a_k} (\frac{\partial a_k}{\partial T})^2. \quad (12)$$

Определим статистическую погрешность для функции изменения параметра вида

$$a_k = a_0(1 + \sin(\frac{2\pi}{T} t_k)), \qquad \text{где } a_0 = \alpha\, z_0 \tau. \quad (13)$$

Ранее были введены обозначения:

$$p = T/\tau, \quad (14)$$

$$k = t_k/\tau, \quad (15)$$

тогда после простых преобразований имеем

$$(\sigma^2)^{-1} = \frac{2a_0\pi^2}{\tau^2 p^4} \{ \frac{L(L+1)(2L+1)}{3} - \frac{1}{8(1-\cos\frac{2\pi}{p})^4} \Big[-10\sin\frac{2\pi}{p} +$$

$$+8\sin\frac{4\pi}{p} - 2\sin\frac{6\pi}{p} - (L+1)^2 \sin\frac{2\pi(L-3)}{p} + (7L^2+12L+4) \times$$

$$\times \sin\frac{2\pi(L-2)}{p} - (21L^2+30L+5)\sin\frac{2\pi(L-1)}{p} + 5L(7L+8) \times$$

$$\times \sin\frac{2\pi L}{p} - 5(7L^2 + 6L - 1)\sin\frac{2\pi(L+1)}{p} + (21L^2 + 12L - 4)\times$$

$$\left.\times \sin\frac{2\pi(L+2)}{p} - (7L^2 + 2L - 1)\sin\frac{2\pi(L+3)}{p} + L^2\sin\frac{2\pi(L+4)}{p}\right]\Bigg\}.$$

Данное выражение связывает потенциальную точность оценки периода с соотношениями (14) и (15), характеризующими непосредственно сам процесс получения данных об изменении параметра. Графики полученной зависимости для трех значений параметра p показаны на рис. 1.

Здесь $a_0 = 1000$. *Для кривой I* $p = 100$. *Для кривой II* $p = 30$. *Для кривой III* $p = 10$.

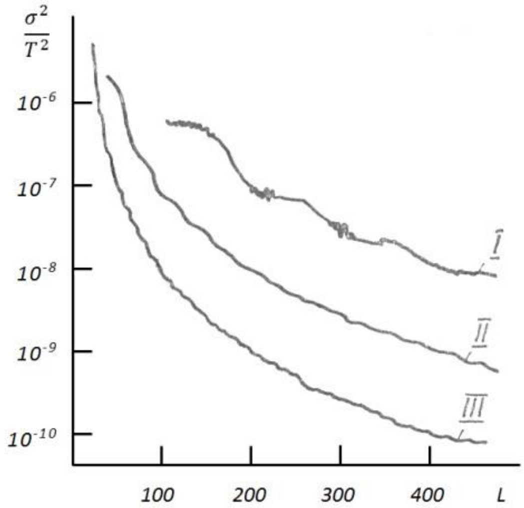

Рис. 1

Увеличение времени анализа t_L приводит к асимптотической формуле:

$$(\sigma^2)^{-1} \to \frac{4\pi^2\ a_0 L^3}{3\tau^2 p^4} = \frac{4\pi^2 a_0 t_L^3}{3T^4\tau} \qquad (16)$$

Если $\tau \to 0$ и $\frac{L}{p} = const = c$, то

$$(\sigma^2)^{-1} \to \frac{4\pi a_0 c^3}{3\tau T}\left[1 + \frac{3(1-\cos(2\pi c))}{4\pi^3 c^3}\right]. \qquad (17)$$

При этом зависимость ошибки (дисперсии) от измеряемого периода уже пропорциональна первой степени T в отличие от уравнения (16), где зависимость $\sim T^4$.

Подобным образом можно оценить нижнюю границу дисперсии оценок для произвольной статистики и иного характера изменения исследуемого параметра.

Указанная математическая модель изменения экономических параметров пригодна для идеализированных ситуаций с пренебрежимо малым общим трендом. Если колебательный процесс сопровождается значительным трендом, возникающие отклонения математической модели процесса от идеальной могут привести к искажению результатов.

Попытаемся минимизировать влияние линейного тренда. Запишем значения дискретных оценок параметра за вычетом тренда:

$$\mu(p \times \tau) = \sum_{k=L-p}^{L}((n_k - b_0 - b_1 \times t_k) - (n_{k-p} - b_0 - b_1 \times t_{k-p}))^2. \qquad (18)$$

Пределы суммирования в данном выражении ориентированы на поиск первого минимума функции. Очевидно, что $t_k - t_{k-p} = p \times \tau$. Дифференцируя по b_1 получим, что искомый минимум функции μ при достигается при

$$b_1 \times p \times \tau = \frac{\sum_{k=L-p}^{L}(n_k - n_{k-p})}{p}.$$

Таким образом, результирующая формула для поиска первого минимума и соответствующего ему $T_и = p \times \tau$ принимает вид:

$$\mu(p \times \tau) = \sum_{k=L-p}^{L}(n_k - n_{k-p} - b_1 \times p \times \tau)^2. \quad (19)$$

Проведенное математическое моделирование работы алгоритма на тригонометрических функциях, подобных (13), продемонстрировало работоспособность предложенного подхода.

На рисунке 2а показаны результаты моделирования исследуемого параметра I – периодические изменения на фоне линейного тренда, II – с добавлением квадратичной составляющей изменения тренда, III – с добавлением стохастических искажений. В простейшем варианте прогнозирования:

$$n_{k+1} = n_{k+1-p} + b_1 \times p \times \tau \quad \text{и} \quad T_и = p \times \tau$$

линейный тренд компенсируется полностью, а влияние квадратичной составляющей уменьшается в тысячи раз. Рисунок 2б демонстрирует разнесенные по вертикали результаты определения периода для указанных параметров моделирования. Для кривых I и II после определения значения периода ошибки не наблюдаются. Радикальные ошибки определения периода для кривой III носят единичный характер. Подавляющее число отклонений не превышает элемента дискретизации по времени τ. В подобных ситуациях для уточнения значения периода целесообразно проводить усреднение по кратным $T_и$-периодам по формуле (8).

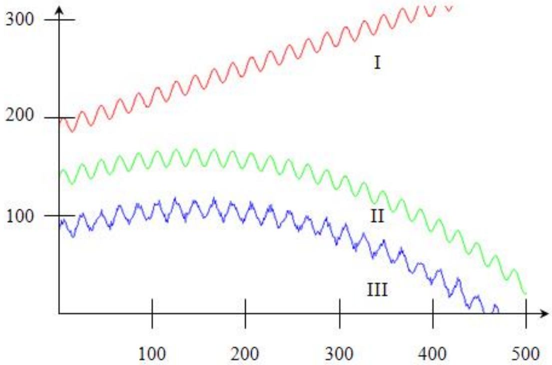

Рис. 2а

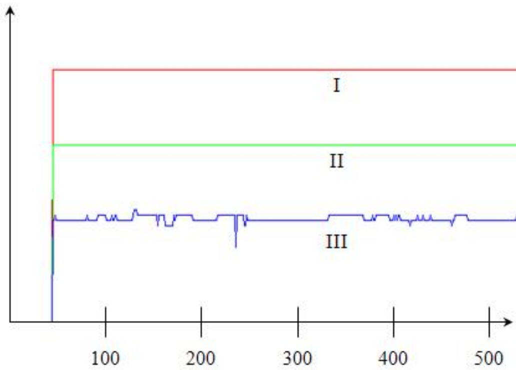

Рис. 2б

При неравномерном поступлении данных можно воспользоваться ограниченной точностью регистрации времени и в процессе анализа доопределить временной ряд интерполированными значениями, образующими последовательность с постоянным шагом.

Ограниченный доступ к архивам высокочастотных реальных данных, например, архиву котировок акций, не позволяет в рамках данной статьи продемонстрировать обработку реальных данных и сравнение эффективности и вычислительных затрат с другими методами определения периода. Это будет сделано в дальнейшем.

Заключение

В данной работе предлагается алгоритм выявления периодичности изменения произвольного экономического параметра на ограниченном слева интервале и формулируется критерий нарушения его периодического изменения. Алгоритм основан на последовательной обработке поступающих данных и сохраняет работоспособность при отсутствии априорной информации. Данный алгоритм может применяться для оперативной оценки и краткосрочного прогноза быстропротекающих экономических процессов в условиях временного постоянства совокупности факторов, влияющих на рыночную конъюнктуру. При условии развития высокочастотной биржевой торговли выявление цикличности можно предложить в качестве одного из дополнительных компонентов стратегии торгового робота.

Предлагаемый подход позволяет выявлять латентные закономерности изменения экономических параметров и может стать вспомогательным инструментом технического анализа. Потенциальная возможность прогноза изменения экономических параметров позволяет надеяться на возможность практического применения данного алгоритма.

Литература

1. *Серебренников М. Г., Первозванский А.А.* Выявление скрытых периодичностей. – М.: Физматгиз, 1965. − 250 с.

2. *Орлов А.И.* Метод оценивания длины периода и периодической составляющей сигнала / Статистические методы оценивания и проверки гипотез: межвуз. сб. науч. трудов. – Пермь: Изд-во Пермского гос. ун-та, 1999. С. 38-49.

3. *Левин Б.Р.* Теоретические основы статистической радиотехники. – М.: Радио и связь, 1989.

4. *Ройко Г.А., Маликов С.Н.* Разработка методов и средств управления производством наукоемких изделий вычислительной техники на инновационной основе. – М.: МАРТИТ, 2013. – 213 с.

Algorithm of Definition of Economic Parameter Change Period

Using a technique of the of statistical decisions theory, the problem of detection of the hidden frequency of change of economic parameters is solved. The technique of assessment of the fluctuation component of the error of the period definition is offered. The results of mathematical modeling are given.

Keywords: economic parameters, algorithm of period definition, hidden frequency.

Georgy Andreevich Royko*, Candidate of Economic Sciences, Consultant of General Director* ***Sergey Nikolaevich Malikov***, Candidate of Technical Sciences, Senior Research Associate, Deputy General Director for Scientific and Design Work

Stanislav Mikhaylovich Chudinov, Doctor of Engineering, Professor, Deputy General Director for Scientific Work

Open Joint-Stock Company «Scientific and Research Institute of Super COMPUTER»

УДК 519.816

ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ НЕДОМИНИРУЕМОСТЬ В ЗАДАЧАХ ВЫБОРА НЕСКОЛЬКИХ ЛУЧШИХ ВАРИАНТОВ

Владислав Владимирович Подиновский*, д.т.н., профессор НИУ ВШЭ*

Тел.: 8(495)621-13-42, e-mail: podinovski@mail.ru

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»

http://www.hse.ru

В статье исследуются задачи принятия решений о выборе нескольких лучших вариантов, когда имеется неполная информация о предпочтениях лица, принимающего решение. Выделяется множество вариантов, из которого надлежит сделать выбор, и изучаются свойства вариантов из этого множества.

Ключевые слова: задачи выбора, частичные отношения предпочтения, потенциальная оптимальность, недоминируемость, потенциальная недоминируемость.

Исследование осуществлено в рамках Программы «Научный фонд НИУ ВШЭ» в 2013 г. (проект № 12-01-0059) при частичной финансовой поддержке Лаборатории анализа и выбора решений НИУ.