

ФРАКТАЛЬНО-ТОПОЛОГИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РЫНКА ТРУДА ПО ОТКРЫТЫМ ДАННЫМ

Керимов Мансур Темерланович¹,

e-mail: oasisinthehell@gmail.com

¹Московский университет им. С.Ю. Витте, г. Москва, Россия

Цель исследования состоит в апробации воспроизводимой схемы фрактально-топологического анализа открытых межстрановых данных рынка труда. Эмпирическая база включает годовые ряды показателя WDI SL.UEM.TOTL.ZS – безработица, всего, в процентах от рабочей силы, смоделированная оценка MOT для России, США, Германии и агрегата Европейского союза за 1991–2025 годы. Методика объединяет детрендированный флуктуационный анализ уровней и первых разностей, поисковую MFDDFA-диагностику и описательные показатели персистентной гомологии для лаговых вложений. Показано, что уровневые ряды в большей степени отражают трендовую нестационарность, тогда как первые разности дают более корректную основу для осторожной интерпретации масштабных свойств. Научный результат состоит в разграничении трендовой, масштабной и топологической компонент динамики безработицы. Эффективность подхода проявляется в снижении риска ложной интерпретации долгой памяти на коротких годовых рядах.

Ключевые слова: рынок труда, открытые данные, временные ряды, детрендированный флуктуационный анализ, мультифрактальный анализ, топологический анализ данных, статистическая проверка

THE FRACTAL AND TOPOLOGICAL ANALYSIS OF THE LABOUR MARKET USING OPEN DATA

Kerimov M.T.¹,

e-mail: oasisinthehell@gmail.com

¹Moscow Witte University, Moscow, Russia

The study tests a reproducible procedure for applying fractal and topological methods to open cross-country labour-market data. The empirical base consists of annual WDI unemployment series, indicator SL.UEM.TOTL.ZS, for Russia, the United States, Germany and the European Union aggregate for 1991–2025. The methodology combines detrended fluctuation analysis for levels and first differences, exploratory MFDDFA diagnostics and descriptive persistent-homology indicators for delay embeddings. It is shown that the level series reflect the trend instability to a greater extent, while the first differences provide a more correct basis for a careful interpretation of scale properties. The main scientific result is the separation of trend, scaling and topological components in unemployment dynamics. The effectiveness of the procedure lies in reducing the risk of falsely interpreting trend persistence as long memory in short annual samples.

Keywords: labour market, open data, time series, detrended fluctuation analysis, multifractal analysis, topological data analysis, statistical validation

Введение

Динамика рынка труда не сводится к среднему уровню безработицы. На нее одновременно влияют циклические шоки, институциональные правила найма и увольнения, демографические сдвиги, адаптация заработной платы, изменение рабочего времени и структура спроса на квалификации. Поэтому для анализа безработицы важны методы, которые описывают не только уровень показателя, но и характер его изменений на разных временных масштабах.

Детрендированный флуктуационный анализ применяется в статье не как замена классической эконометрики, а как инструмент проверки масштабной зависимости после удаления локального тренда. В исходной работе Пэна и соавторов методическая идея состояла в различении локальной неоднородности и дальних корреляций [1, с. 1685]. Мультифрактальное расширение DFA позволяет перейти от одного показателя масштабирования к набору $h(q)$, чувствительному к флуктуациям различной амплитуды [2, с. 87–89].

Одновременно использование DFA требует осторожности. Брайс и Спраг показывают, что при нелинейных трендах метод может создавать артефакты [3, с. 1]. Поэтому в статье уровни и первые разности анализируются раздельно: уровни используются для диагностики нестационарности, а первые разности – для осторожной оценки масштабных свойств годовых изменений.

Топологический анализ данных дополняет фрактальный блок. Он описывает форму облака точек, возникающего после лагового вложения временного ряда. Идея реконструкции фазового пространства по наблюдаемой переменной восходит к работе Такенса [4, с. 366–367], а персистентная гомология позволяет фиксировать устойчивые топологические признаки на разных масштабах [5, с. 511–512; 6, с. 1]. В отношении временных рядов такая постановка используется для выявления и количественного описания топологических паттернов траектории [7, с. 820].

Исследовательская проблема заключается в том, что в работах по рынку труда преобладают модели гистерезиса, долгой памяти и дробной интеграции [8, с. 1; 9, с. 95; 10, с. 736], тогда как совместное применение DFA, MFDFA и TDA к сопоставимым открытым рядам безработицы проработано слабее. Для России это особенно важно, поскольку открытая безработица отражает не все каналы адаптации: часть реакции на шоки может проходить через заработную плату и рабочее время [11, с. 245–246].

Цель исследования – апробировать воспроизводимую схему фрактально-топологического анализа открытых межстрановых данных рынка труда. Для достижения цели решаются следующие задачи: сопоставить уровни и первые разности безработицы с помощью DFA; оценить чувствительность $h(q)$ к параметру q ; рассчитать описательные топологические показатели для лаговых вложений первых разностей; проверить, какие выводы остаются допустимыми при короткой годовой выборке.

Вклад автора относительно существующих работ состоит в соединении трех уровней анализа в единой процедуре: диагностики трендовой нестационарности уровней, оценки масштабной структуры первых разностей и описания геометрии траектории изменений. Такая схема не подменяет эконометрические модели, а формирует предварительный фильтр, который показывает, где применение более сложных методов действительно оправдано данными.

Теоретико-методологические основания

Мультифрактальный анализ широко применяется при изучении финансовых рынков и сложных социально-экономических систем [12, с. 1]. Его преимущество состоит в том, что один усредненный показатель масштабирования заменяется набором $h(q)$. Отрицательные значения q усиливают вклад малых флуктуаций, положительные значения q – вклад крупных флуктуаций. Если $h(q)$ заметно изменяется при переходе от отрицательных q к положительным, ряд демонстрирует неоднородное масштабирование.

Для коротких временных рядов MFDFA особенно уязвим. Лопес и Контрерас специально анализируют работоспособность MFDFA на коротких рядах [13, с. 1], а Моралес Мартинес и соавторы показывают применимость модифицированных процедур к нестационарным рядам [14, с. 1]. Поэтому в настоящей статье MFDFA рассматривается как поисковая диагностика, а не как окончательное доказательство мультифрактальности рынка труда.

Литература по рынку труда дает близкий, но не идентичный контекст. Капорале и соавторы выявляют высокую персистентность безработицы в странах Европейского союза [8, с. 1]. Капорале, Гил-Алана и Ловча рассматривают гипотезы гистерезиса и естественного уровня безработицы в рамках многомерного подхода долгой памяти [9, с. 95]. Гил-Алана и соавторы применяют дробную интеграцию к безработице и вакансиям стран G7 [10, с. 736].

Отдельное направление связано с цифровыми следами спроса на навыки. Волгин и Гимпельсон показывают, что спрос на навыки плохо наблюдаем с помощью традиционных источников информации [15, с. 343]. Алтухов и Кудрявцев указывают, что онлайн-вакансии могут быть полезным дополнением к официальной статистике [16, с. 240]. OECD и Cedefop также подчеркивают информационную ценность онлайн-вакансий, но связывают ее с необходимостью надежных методов обработки и интерпретации [17, с. 6; 18, с. 1]. Настоящая статья использует годовую безработицу как стартовый индикатор, а перенос схемы на более частотные данные рассматривает как направление дальнейшей работы.

Данные и методы

Эмпирическая база сформирована по открытому показателю Всемирного банка WDI SL.UEM.TOTL.ZS – безработица, всего, в процентах от рабочей силы, смоделированная оценка MOT. В метаданных Всемирного банка безработные определяются как лица без работы, доступные для занятости и ищущие работу [19]. В выборку включены Россия, США, Германия и агрегат Европейского союза. Период наблюдений – 1991–2025 годы.

Выбор этого показателя обусловлен сопоставимостью и открытостью данных. Однако показатель является гармонизированной модельной оценкой, поэтому результаты нельзя трактовать как прямое отражение только национальных институциональных различий. Кроме того, безработица фиксирует лишь один канал адаптации рынка труда и не раскрывает полностью динамику вакансий, заработной платы, рабочего времени и спроса на навыки.

В работе используются две формы ряда: уровень u_t и первая разность $\Delta u_t = u_t - u_{t-1}$. В уровнях для каждой экономики доступно 35 наблюдений; после перехода к первым разностям остается 34 наблюдения; после построения трехмерного лагового вложения первых разностей с лагом 1 остается 32 точки. Это ограничение прямо учитывается при интерпретации результатов.

DFA первого порядка рассчитывается следующим образом. Сначала из исходного ряда вычитается среднее значение и строится профиль накопленных отклонений. Затем для каждого масштаба s профиль разбивается на окна, в каждом окне оценивается локальный линейный тренд, после чего рассчитывается среднеквадратическая флуктуация $F(s)$. Показатель α оценивается как наклон регрессии $\ln F(s) = c + \alpha \ln(s) + \varepsilon_s$. В расчетах используются масштабы $s = 4, 5, 6, 7, 8$; вместе с α обязательно анализируется R^2 .

MFDFA применяется к первым разностям. Рассматриваются $q = -2, -1, 1, 2$. Нулевое q не используется, чтобы не перегружать расчет при малой выборке. Диагностическим показателем служит размах $\Delta h = h(-2) - h(2)$. Чем выше Δh , тем сильнее различается масштабирование малых и крупных флуктуаций. При этом Δh не рассматривается как окончательное доказательство мультифрактальности без суррогатной проверки.

Топологический блок строится на стандартизированных первых разностях. Для каждой экономики формируется лаговое вложение $Z_t = (z_t, z_{t-1}, z_{t-2})$, где z_t – стандартизированная первая разность безработицы. Далее используется евклидова метрика и фильтрация Виеториса – Рипса. По $H1$ -компонентам рассчитываются максимальная персистентность, сумма персистентности и число $H1$ -компонент. Эти показатели описывают выраженность циклических элементов облака точек, но сами по себе не доказывают экономическую цикличность рынка труда.

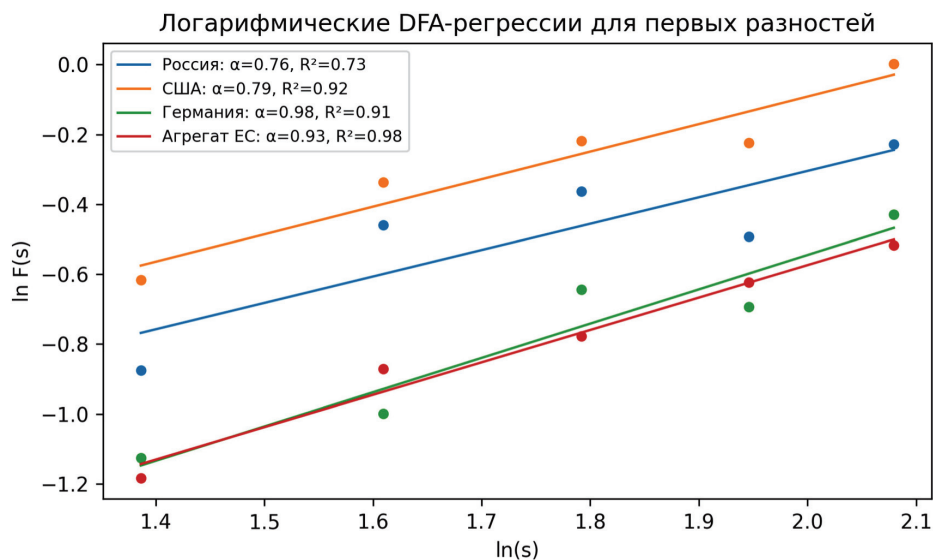
Статистическая проверка включает три элемента: доверительные интервалы для наклона DFA-регрессии; сопоставление результатов уровней и первых разностей; суррогатную проверку для Δh и максимальной персистентности $H1$. Суррогатные ряды строятся двумя способами: случайным перемешиванием первых разностей и фазовой рандомизацией. Логика таких проверок восходит к работам Тейлера и соавторов [20, с. 77] и Шрайбера, Шмитца [21, с. 346]. В связи с малой выборкой результаты суррогатной проверки трактуются как диагностические.

Результаты исследования

Результаты DFA показывают резкое различие между уровнями и первыми разностями (таблица 1). В уровнях значения α превышают единицу для России, Германии и агрегата ЕС и находятся около единицы для США. Это подтверждает, что уровневые ряды несут сильную трендовую компоненту. После перехода к первым разностям оценки снижаются: они находятся около 0,76 для России, 0,79 для США, 0,98 для Германии и 0,93 для агрегата ЕС. Следовательно, первые разности дают более содержательную основу для обсуждения персистентности, но надежность вывода различается по странам.

Таблица 1 – Оценки DFA для уровней и первых разностей безработицы¹

Экономика	$\alpha_{DFA}(u_t)$	$R^2(u_t)$	$\alpha_{DFA}(\Delta u_t)$	$R^2(\Delta u_t)$
Россия	1.66	0.95	0.76	0.73
США	1.08	0.64	0.79	0.92
Германия	1.96	0.99	0.98	0.91
Агрегат ЕС	1.51	0.96	0.93	0.98

Рисунок 1 – Логарифмические DFA-регрессии для первых разностей безработицы²

На рисунке 1 видно, что наиболее ровная логарифмическая аппроксимация наблюдается для агрегата ЕС и США. Для России качество аппроксимации ниже, поэтому российский результат следует трактовать не как установленный факт долгой памяти, а как гипотезу, требующую проверки на более частотных данных. Для Германии и ЕС оценки ближе к единице, однако и они не дают основания для жесткой классификации рынков труда из-за короткой годовой выборки.

Таблица 2 – Спектры $h(q)$ по первым разностям безработицы³

Экономика	$h(-2)$	$h(-1)$	$h(1)$	$h(2)$	Δh
Россия	2.73	2.02	0.88	0.76	1.98
США	1.90	1.92	1.19	0.79	1.11
Германия	1.34	1.19	0.97	0.98	0.35
Агрегат ЕС	2.14	1.92	1.20	0.93	1.21

¹ Составлено автором по данным Всемирного банка WDI.² Составлено автором.³ Источник: расчеты автора.

В таблице 2 значение Δh вычисляется как разность $h(-2) - h(2)$.

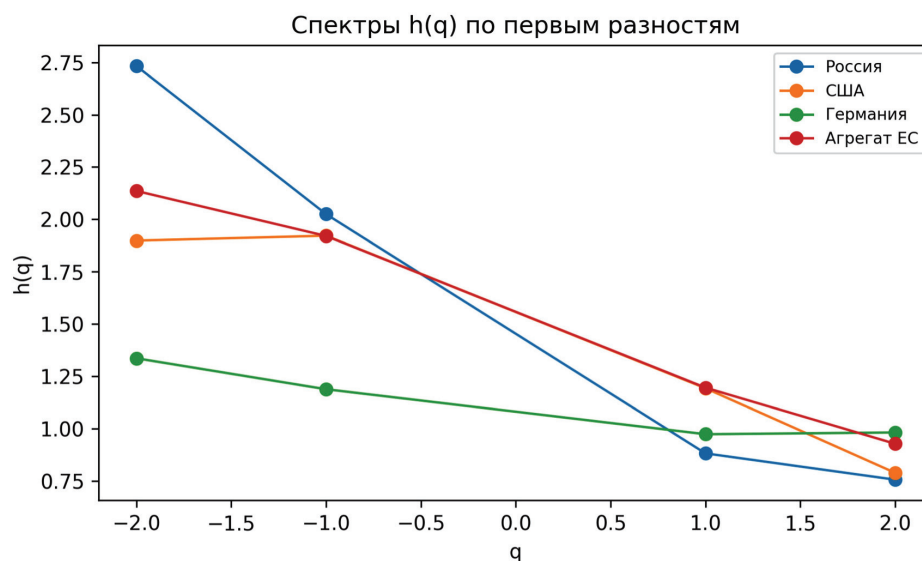


Рисунок 2 – Спектры $h(q)$ по первым разностям безработицы⁴

MFDDFA выявляет неоднородность масштабирования: для всех экономик $h(q)$ изменяется при переходе от отрицательных q к положительным (рисунок 2). Наибольший размах Δh получен для России, но этот результат нельзя интерпретировать как доказательство большей мультифрактальности российского рынка труда. Отрицательные q на коротких рядах особенно чувствительны к малым флуктуациям, поэтому вывод должен оставаться поисковым.

Таблица 3 – Показатели персистентной гомологии $H1$ для лаговых вложений⁵

Экономика	Макс. персистентность $H1$	Σ персистентности $H1$	Число $H1$
Россия	0.304	0.456	6
США	0.104	0.207	4
Германия	0.547	1.138	7
Агрегат ЕС	0.146	0.374	4



Рисунок 3 – Максимальная персистентность $H1$ во вложении первых разностей⁶

⁴ Составлено автором.

⁵ Источник: расчеты автора по стандартизированным первым разностям.

⁶ Составлено автором.

Топологический блок показывает, что H1-компоненты фиксируются во всех рядах (таблица 3). Наибольшее значение максимальной персистентности и наибольшая сумма персистентности получены для Германии (рисунок 3). Корректная интерпретация состоит не в утверждении о доказанной цикличности немецкого рынка труда, а в том, что лаговое вложение немецких первых разностей дает более выраженный описательный H1-сигнал, требующий проверки на суррогатных рядах.

Статистическая проверка и ограничения

Главная эмпирическая проблема работы – малая длина ряда. Пять масштабов DFA дают лишь три степени свободы для оценки неопределенности наклона логарифмической регрессии. Поэтому доверительные интервалы широки и выполняют диагностическую, а не классификационную функцию. Они показывают, что различия между странами нельзя трактовать как строгую статистическую иерархию.

Таблица 4 – Диагностическая статистическая проверка результатов⁷

Экономика	$\alpha_{DFA}(\Delta u_t)$	95% ДИ для α	$p_{surr}(\Delta h)$	$p_{surr}(\text{макс. H1})$
Россия	0.76	-0.09; 1.60	0.08	0.45
США	0.79	0.36; 1.21	0.51	0.57
Германия	0.98	0.43; 1.53	0.82	0.20
Агрегат ЕС	0.93	0.66; 1.19	0.27	1.00

В таблице 4 значение p_{surr} указано для одностороннего сравнения с 50 перемешанными суррогатными рядами; результаты имеют диагностический характер.

Из таблицы 4 следует, что наиболее устойчивой по DFA является оценка для агрегата ЕС: доверительный интервал полностью находится в положительной области и R^2 близок к единице. Для США и Германии интервалы также совместимы с положительной масштабной зависимостью, но остаются широкими. Для России интервал наиболее широкий, что подтверждает необходимость осторожной интерпретации.

Суррогатная проверка не подтверждает сильных статистически отличимых топологических выводов. Для России значение Δh оказывается близким к верхней части распределения перемешанных суррогатов, однако при $B = 50$ такой результат следует рассматривать только как сигнал для дальнейшей проверки. Для максимальной персистентности H1 ни один ряд не дает устойчивого основания отвергнуть простую суррогатную альтернативу. Поэтому MFDFA и TDA в статье остаются разведочными блоками.

Иными словами, статистическая проверка не отменяет содержательность расчетов, но ограничивает силу выводов. На годовых данных допустимо говорить о диагностических профилях рынков труда, а не о доказанной межстрановой классификации по степени фрактальности или топологической организованности.

Обсуждение результатов

Эффективность применяемого подхода заключается в последовательном снижении риска ложной интерпретации. Первый шаг отделяет уровневую нестационарность от динамики изменений. Второй шаг проверяет, сохраняется ли масштабная структура после перехода к первым разностям. Третий шаг показывает, одинаково ли масштабируются малые и крупные изменения. Четвертый шаг добавляет геометрическую характеристику траектории. Наконец, статистическая проверка ограничивает выводы теми утверждениями, которые выдерживают диагностику на коротком ряде.

Полученные научные результаты можно сформулировать следующим образом. Во-первых, для всех рассматриваемых экономик уровневые ряды безработицы демонстрируют выраженную нестационарность, поэтому их DFA-оценки не следует трактовать как прямое доказательство долгой памяти.

⁷ Источник: расчеты автора.

Во-вторых, первые разности сохраняют признаки масштабной зависимости, но сила этого вывода неодинакова: результат для России слабее из-за качества аппроксимации, а для агрегата ЕС устойчивее. В-третьих, $h(q)$ изменяется по q , что указывает на возможную неоднородность масштабирования годовых изменений. В-четвертых, лаговые вложения первых разностей дают H1-компоненты, но их статистическая устойчивость не подтверждается без дополнительных суррогатных экспериментов.

Вклад автора относительно существующих работ состоит не в простой демонстрации сложных методов, а в построении методической последовательности, где каждому результату присваивается ограниченный и проверяемый статус. В литературе о рынке труда часто обсуждаются гистерезис, дробная интеграция и персистентность безработицы. В настоящей статье эти идеи дополняются фрактально-топологической процедурой, которая одновременно различает тренд, масштабную структуру изменений и геометрию лаговой траектории.

Практическое значение результатов состоит в том, что предложенная схема может быть перенесена на более частотные и содержательно богатые показатели: вакансии, заработную плату, рабочее время, неполную занятость и спрос на навыки. Именно на таких данных MFDFA и TDA смогут дать более строгие результаты, поскольку увеличится число наблюдений и станет возможной полноценная проверка устойчивости к выбору масштабов, q и параметров вложения.

Заключение

Проведенное исследование показывает, что открытые гармонизированные данные безработицы могут использоваться как стартовая база для фрактально-топологического анализа рынка труда. Вместе с тем полученные результаты требуют осторожной интерпретации из-за короткой годовой выборки и модельного характера исходного показателя.

Основные выводы состоят в следующем. Уровни безработицы для России, США, Германии и агрегата ЕС в значительной степени отражают трендовую нестационарность. Первые разности дают более корректную основу для анализа масштабных свойств, однако межстрановые различия не следует превращать в жесткую классификацию. MFDFA показывает чувствительность $h(q)$ к q , а TDA фиксирует H1-компоненты в лаговых вложениях, но оба блока остаются разведочными без расширенной суррогатной проверки.

Научная новизна работы заключается в совмещении фрактального, мультифрактального и топологического уровней анализа рынка труда с обязательным разграничением статуса выводов. Эффективность подхода проявляется в том, что он не усиливает заранее заданную гипотезу о долгой памяти, а последовательно проверяет, какие признаки сохраняются после перехода от уровней к изменениям и после статистической диагностики.

Дальнейшее развитие исследования должно включать месячные или квартальные данные, более широкую сетку масштабов, бутстрэп-оценивание, расширенное суррогатное тестирование и сопоставление с эконометрическими моделями дробной интеграции. Это позволит перейти от разведочной диагностики к более строгой проверке гипотез о персистентности, неоднородности масштабирования и топологической структуре динамики рынка труда.

Список литературы

1. Peng C.-K., Buldyrev S.V., Havlin S., Simons M., Stanley H.E., Goldberger A.L. Mosaic organization of DNA nucleotides // *Physical Review E*. – 1994. – Vol. 49, No. 2. – P. 1685–1689. – DOI 10.1103/PhysRevE.49.1685.
2. Kantelhardt J.W., Zschiegner S.A., Koscielny-Bunde E., Havlin S., Bunde A., Stanley H.E. Multifractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series // *Physica A*. – 2002. – Vol. 316. – P. 87–114. DOI 10.1016/S0378-4371(02)01383-3.
3. Bryce R.M., Sprague K.B. Revisiting detrended fluctuation analysis // *Scientific Reports*. – 2012. – Vol. 2. – Art. 315. – DOI 10.1038/srep00315.
4. Takens F. Detecting strange attractors in turbulence // *Dynamical Systems and Turbulence*, Warwick 1980. – Berlin: Springer, 1981. – P. 366–381. – DOI 10.1007/BFb0091924.

5. Edelsbrunner H., Letscher D., Zomorodian A. Topological persistence and simplification // *Discrete & Computational Geometry*. – 2002. – Vol. 28. – P. 511–533. – DOI 10.1007/s00454-002-2885-2.
6. El-Yaagoubi A.B., Chung M.K., Ombao H. Topological Data Analysis for Multivariate Time Series Data // *Entropy*. – 2023. – Vol. 25, No. 11. – Art. 1509. – DOI 10.3390/e25111509.
7. Gidea M., Katz Y. Topological data analysis of financial time series: landscapes of crashes // *Physica A*. – 2018. – Vol. 491. – P. 820–834. – DOI 10.1016/j.physa.2017.09.028.
8. Caporale G.M., Gil-Alana L.A., Trejo P.V. Unemployment persistence in Europe: evidence from the 27 EU countries // *Heliyon*. – 2022. – Vol. 8, No. 2. – Art. e08898. – DOI 10.1016/j.heliyon.2022.e08898.
9. Caporale G.M., Gil-Alana L.A., Lovcha Y. Testing unemployment theories: a multivariate long memory approach // *Journal of Applied Economics*. – 2016. – Vol. 19, No. 1. – P. 95–112. – DOI 10.1016/S1514-0326(16)30004-6.
10. Gil-Alana L.A., González-Blanch M.J., Poza C. Labour market mismatches in G7 countries: a fractional integration approach // *Applied Economics*. – 2025. – Vol. 57, No. 7. – P. 736–752. – DOI 10.1080/00036846.2024.2305620.
11. Kapeliushnikov R.I. The Russian labor market: Long-term trends and short-term fluctuations // *Russian Journal of Economics*. – 2023. – Vol. 9, No. 3. – P. 245–270. – DOI 10.32609/j.ruje.9.113503.
12. Jiang Z.-Q., Xie W.-J., Zhou W.-X., Sornette D. Multifractal analysis of financial markets: a review // *Reports on Progress in Physics*. – 2019. – Vol. 82, No. 12. – Art. 125901. – DOI 10.1088/1361-6633/ab42fb.
13. López J.L., Contreras J.G. Performance of multifractal detrended fluctuation analysis on short time series // *Physical Review E*. – 2013. – Vol. 87. – Art. 022918. – DOI 10.1103/PhysRevE.87.022918.
14. Morales Martínez J.L., Segovia-Domínguez I., Quiros Rodríguez I., Horta-Rangel F.A., Sosa-Gómez G.A. A modified multifractal detrended fluctuation analysis approach for multifractal analysis of precipitation // *Physica A*. – 2021. – Vol. 565. – Art. 125611. – DOI 10.1016/j.physa.2020.125611.
15. Волгин А.Д., Гимпельсон В.Е. Спрос на навыки: анализ на основе онлайн-данных о вакансиях // *Экономический журнал Высшей школы экономики*. – 2022. – Т. 26, № 3. – С. 343–374. – DOI 10.17323/1813-8691-2022-26-3-343-374.
16. Алтухов В.В., Кудрявцев А.Д. Использование открытых данных онлайн-вакансий в сравнении с данными официальной статистики для мониторинга и прогнозирования динамики рынка труда // *Уровень жизни населения регионов России*. – 2025. – Т. 21, № 2. – С. 233–244. – DOI 10.52180/1999-9836_2025_21_2_5_233_244.
17. Vermeulen W., Gutierrez Amaros F. How Well Do Online Job Postings Match National Sources in European Countries? // *OECD Local Economic and Employment Development Papers*. – 2024. – No. 2024/02. – DOI 10.1787/e1026d81-en.
18. Cedefop. Next Generation Skills Intelligence for More Learning and Better Matching: Skills Anticipation Trends, Opportunities and Challenges in EU Member States. – Luxembourg: Publications Office of the European Union, 2024. – DOI 10.2801/180485.
19. World Bank. World Development Indicators. Indicator SL.UEM.TOTL.ZS: Unemployment, total (% of total labor force) (modeled ILO estimate). Metadata Glossary. – URL: <https://databank.worldbank.org/metadataglossary/world-development-indicators/series/SL.UEM.TOTL.ZS> (accessed: 10.05.2026). – Text: electronic.
20. Theiler J., Eubank S., Longtin A., Galdrikian B., Farmer J.D. Testing for nonlinearity in time series: the method of surrogate data // *Physica D*. – 1992. – Vol. 58. – No. 1-4. – P. 77–94. – DOI 10.1016/0167-2789(92)90102-S.
21. Schreiber T., Schmitz A. Surrogate time series // *Physica D*. – 2000. – Vol. 142, No. 3-4. – P. 346–382. – DOI 10.1016/S0167-2789(00)00043-9.

References

1. Peng C.-K., Buldyrev S.V., Havlin S., Simons M., Stanley H.E., Goldberger A.L. Mosaic organization of DNA nucleotides // *Physical Review E*. – 1994. – Vol. 49, No. 2. – P. 1685–1689. – DOI 10.1103/PhysRevE.49.1685.
2. Kantelhardt J.W., Zschiegner S.A., Koscielny-Bunde E., Havlin S., Bunde A., Stanley H.E. Multifractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series // *Physica A*. – 2002. – Vol. 316. – P. 87–114. DOI 10.1016/S0378-4371(02)01383-3.

3. Bryce R.M., Sprague K.B. Revisiting detrended fluctuation analysis // *Scientific Reports*. – 2012. – Vol. 2. – Art. 315. – DOI 10.1038/srep00315.
4. Takens F. Detecting strange attractors in turbulence // *Dynamical Systems and Turbulence*, Warwick 1980. – Berlin: Springer, 1981. – P. 366–381. – DOI 10.1007/BFb0091924.
5. Edelsbrunner H., Letscher D., Zomorodian A. Topological persistence and simplification // *Discrete & Computational Geometry*. – 2002. – Vol. 28. – P. 511–533. – DOI 10.1007/s00454-002-2885-2.
6. El-Yaagoubi A.B., Chung M.K., Ombao H. Topological Data Analysis for Multivariate Time Series Data // *Entropy*. – 2023. – Vol. 25, No. 11. – Art. 1509. – DOI 10.3390/e25111509.
7. Gidea M., Katz Y. Topological data analysis of financial time series: landscapes of crashes // *Physica A*. – 2018. – Vol. 491. – P. 820–834. – DOI 10.1016/j.physa.2017.09.028.
8. Caporale G.M., Gil-Alana L.A., Trejo P.V. Unemployment persistence in Europe: evidence from the 27 EU countries // *Heliyon*. – 2022. – Vol. 8, No. 2. – Art. e08898. – DOI 10.1016/j.heliyon.2022.e08898.
9. Caporale G.M., Gil-Alana L.A., Lovcha Y. Testing unemployment theories: a multivariate long memory approach // *Journal of Applied Economics*. – 2016. – Vol. 19, No. 1. – P. 95–112. – DOI 10.1016/S1514-0326(16)30004-6.
10. Gil-Alana L.A., González-Blanch M.J., Poza C. Labour market mismatches in G7 countries: a fractional integration approach // *Applied Economics*. – 2025. – Vol. 57, No. 7. – P. 736–752. – DOI 10.1080/00036846.2024.2305620.
11. Kapeliushnikov R.I. The Russian labor market: Long-term trends and short-term fluctuations // *Russian Journal of Economics*. – 2023. – Vol. 9, No. 3. – P. 245–270. – DOI 10.32609/j.ruje.9.113503.
12. Jiang Z.-Q., Xie W.-J., Zhou W.-X., Sornette D. Multifractal analysis of financial markets: a review // *Reports on Progress in Physics*. – 2019. – Vol. 82, No. 12. – Art. 125901. – DOI 10.1088/1361-6633/ab42fb.
13. López J.L., Contreras J.G. Performance of multifractal detrended fluctuation analysis on short time series // *Physical Review E*. – 2013. – Vol. 87. – Art. 022918. – DOI 10.1103/PhysRevE.87.022918.
14. Morales Martínez J.L., Segovia-Domínguez I., Quiros Rodríguez I., Horta-Rangel F.A., Sosa-Gómez G.A. A modified multifractal detrended fluctuation analysis approach for multifractal analysis of precipitation // *Physica A*. – 2021. – Vol. 565. – Art. 125611. – DOI 10.1016/j.physa.2020.125611.
15. Volgin A.D., Gimpel'son V.E. Spros na navyki: analiz na osnove onlajn-dannyh o vakansiyah // *Ekonomicheskij zhurnal Vysshej shkoly ekonomiki*. – 2022. – T. 26, № 3. – S. 343–374. – DOI 10.17323/1813-8691-2022-26-3-343-374.
16. Altuhov V.V., Kudryavcev A.D. Ispol'zovanie otkrytyh dannyh onlajn-vakansij v sravnenii s dannymi oficial'noj statistiki dlya monitoringa i prognozirovaniya dinamiki rynka truda // *Uroven' zhizni naseleniya regionov Rossii*. – 2025. – T. 21, № 2. – S. 233–244. – DOI 10.52180/1999-9836_2025_21_2_5_233_244.
17. Vermeulen W., Gutierrez Amaros F. How Well Do Online Job Postings Match National Sources in European Countries? // *OECD Local Economic and Employment Development Papers*. – 2024. – No. 2024/02. – DOI 10.1787/e1026d81-en.
18. Cedefop. Next Generation Skills Intelligence for More Learning and Better Matching: Skills Anticipation Trends, Opportunities and Challenges in EU Member States. – Luxembourg: Publications Office of the European Union, 2024. – DOI 10.2801/180485.
19. World Bank. World Development Indicators. Indicator SL.UEM.TOTL.ZS: Unemployment, total (% of total labor force) (modeled ILO estimate). Metadata Glossary. – URL: <https://databank.worldbank.org/metadata-glossary/world-development-indicators/series/SL.UEM.TOTL.ZS> (accessed: 10.05.2026). – Text: electronic.
20. Theiler J., Eubank S., Longtin A., Galdrikian B., Farmer J.D. Testing for nonlinearity in time series: the method of surrogate data // *Physica D*. – 1992. – Vol. 58. – No. 1-4. – P. 77–94. – DOI 10.1016/0167-2789(92)90102-S.
21. Schreiber T., Schmitz A. Surrogate time series // *Physica D*. – 2000. – Vol. 142, No. 3-4. – P. 346–382. – DOI 10.1016/S0167-2789(00)00043-9.

Статья поступила в редакцию: 23.04.2026

Received: 23.04.2026

Статья принята к публикации: 11.06.2026

Accepted: 11.06.2026