3. Проведены вычислительные эксперименты, моделирующие движение сыпучей среды в сходящемся канале, которые подтверждают наличие линейных зон локализации деформаций.

Литература

1. *Лавриков С.В., Ревуженко А.Ф.* О расчете локализованных течений супучей среды в радиальных каналах // ФТПРПИ. 1990. № 1. С. 3-9.

2. *Ревуженко А.Ф., Стажевский С.Б., Шемякин Е.И.* Несимметрия пластического течения в сходящихся осесимметричных каналах // ДАН СССР. 1979. Т. 246. № 3. С. 572-574.

3. *Мясников В.П., Садовский В.М.* Вариационные принципы теории предельного равновесия разнопрочных сред // Прикладная математика и механика. 2004. Т. 68. Вып. 3. С. 488-499.

4. *Садовская О.В., Садовский В.М.* Математическое моделирование в задачах механики сыпучих сред. М.: Физматлит. 2008. 368 с.

5. *Гвоздев А.А.* Расчет несущей способности конструкций по методу предельного равновесия. Вып. 1. Сущность метода и его обоснование. М.: Стройиздат. 1949. 280 с.

6. *Кузоватова О.И., Садовский В.М.* О локализации деформаций при движении сыпучей среды в сходящемся канале // Численные методы задач теории упругости и пластичности: материалы XXIV Всерос. конф. (Омск, 2-4 июня 2015 г.) / Рос. фонд фундамент. исслед. [и др.]; [науч. ред. В.М. Фомин] Омск: Изд-во ОмГУ, 2015. С. 126-129.

7. *Друккер Д., Прагер В.* Механика грунтов и пластический анализ или предельное проектирование // Определяющие законы механики грунтов. Сер. “Новое в зарубежной науке”. Вып. 2. М.: Мир, 1975. С. 166-177.

8. *Кузоватова О.И., Садовский В.М.* Моделирование локализации деформации в разнопрочной среде // Журнал СФУ: Математика и физика. 2008. Т. 1 № 3. С. 272-283.

Modeling of slow motion of a granular medium in converging channels

Olga Igorevna Kuzovatova, *PhD, Associate Professor, Siberian federal university*

The aim of this work is to find approximate analytical solution of the problem of loose medium motion in a converging channel, to develop computational algorithm based on the finite element method, and to carry out numerical calculations of the problem.
Keywords – variational inequality, materials with different strengths, strains localization.

УДК 517.956

ЛИНЕЙНЫЕ ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ ПСЕВДОГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Айнура Кудайбергеновна Курманбаева *зав.каф.,к.ф.-м.н.,доцент,*
E-mail:ainura1971@mail.ru
Кыргызский государственный технический университет им.И.Раззакова
http://www.kstu.kg

В данной работе рассматриваются линейные обратные задачи для псевдо гиперболического уравнения. Доказываются соответствующие теоремы об однозначной разрешимости рассматриваемых обратных задач.

Ключевые слова: обратная задача, псевдогиперболическое уравнение, уравнение Вольтерра, условия переопределения

Введение

Обратные задачи возникают в различных областях науки, таких как геофизика, разведка полезных ископаемых, биология, медицина, и т.д., что ставит ряд актуальных проблем современной математики.

А.К. Курманбаева

Теория обратных задач для дифференциальных уравнений и различные методы их решения, а также современное состояние теории обратных задач с обширной библиографией отражено в монографиях Б.С.Аблабекова [1]. А.Л.Бухгейма [2], С.И.Кабанихина [3], М.М.Лаврентьева, В.Г.Романова, С.П. Шишатского [4], В.Г.Романова [5] , Ю.Я.Белова [7] и других.

Обратные задачи для псевдогиперболических уравнений развиты слабее, чем для уравнений второго порядка. Объясняется это тем, что исследование обратных задач для дифференциальных уравнений тесно связано с решением соответствующей прямой задачи. А теория прямых задач для псевдогиперболических уравнений еще далека от завершения.

С другой стороны, псевдогиперболическими уравнениями описываются многие процессы, например, [6] уравнение вида

$$D_t^2 u(x,t) - \Delta u(x,t) - \eta \Delta u_t(x,t) = 0, \qquad \eta = const > 0,$$

описывает процесс распространения возмущений в упруго-вязком стержне, где $\eta = const > 0$ - параметр, а $\eta \Delta u_t$ - малая вязкость.

Целью данной работы является доказательство существования и единственности решения обратных задач для псевдогиперболического уравнения третьего порядка с переопределениями во внутренней точке и с интегральным переопределениям.

В данной статье устанавливаются условия существования и единственности решения обратных задач отыскания неизвестного источника $f = f(t)$ в псевдогиперболическом уравнении по переопределению во внутренней точке и по интегральному переопределению.

Исследование проводится в два этапа. Первый этап включает в себя приведение обратных задач к интегральному уравнению типа Вольтерра с применением предварительных результатов соответствующих прямых задач. На втором этапе доказана теорема существования и единственности решения соответствующих обратных задач. Обратные задачи в аналогичных постановках для параболических уравнений исследовались в работах [7,8].

Основные результаты

Задача 1. Найти пару функций $\{u(x,t), f(t)\}$, которые удовлетворяют уравнению

$$Lu \equiv u_{tt} - u_{xxt} - u_{xx} = f(t)h(x,t) + g(x,t), \quad (x,t) \in \Omega_T, \tag{1}$$

начальным условиям

$$u(x,0) = \varphi(x), \quad u_t(x,0) = \psi(x), \quad x \in R, \tag{2}$$

и дополнительному условию

$$u(0,t) = \nu(t), \quad t \in [0,T], \tag{3}$$

где $\Omega_T = \{(x,t) |\, x \in R, 0 < t \le T\}$, h, g, φ, ψ и ν - некоторые заданные функции, причем $h(0,t) \neq 0$.

Определим следующие пространства непрерывных функций, производные которых удовлетворяют условию Гельдера:

$H^{\alpha}(\Omega)$ $(0 < \alpha < 1)$ - пространство функций из $C(\Omega)$, удовлетворяющих условию Гельдера с показателем α, т.е. функций из $C(\Omega)$, для которых конечна норма

$$\|u\|_{H^{\alpha}(\Omega)} = \|u\|_{C(\Omega)} + \sup_{x',x''\in\Omega} \frac{|u(x') - u(x'')|}{|x'-x''|^{\alpha}}, x' \neq x'',$$

$H^{\alpha,0}(\overline{\Omega}_T)$ - пространство функций из $C(\overline{\Omega}_T)$, удовлетворяющих условию Гельдера по x с показателем α;

$H^{l+\alpha,0}(\Omega_T)$ - пространство функций из $C^{l,0}(\Omega_T)$, все производные которых по x до порядка l принадлежат $H^{\alpha,0}(\Omega_T)$

$$\|u\|_{H^{l+\alpha,0}(\Omega_T)} = \|u\|_{H^{l,0}(\Omega_T)} + \sum_{|k|\le l} \left\| D_x^{(k)} u \right\|_{H^{\alpha,0}(\Omega_T)}.$$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1

Пару функций $\{u,f\}$ назовем решением задачи (1)-(3), если

1) $u(x,t)$-классическое решение задачи (1)-(3);

2) $u(0,t) = \nu(t), \quad t \in [0,T]$.

ТЕОРЕМА 1. Пусть $h \in H^{2+\alpha,\alpha/2}(\overline{\Omega}_T), g \in H^{\alpha,\alpha/2}(\overline{\Omega}_T)$, а функции $\varphi, \psi \in H^{2+\alpha}(R)$, $\nu \in H^{2+\alpha}([0,T])$ и выполнены условия согласования $\varphi(0) = \nu(0), \quad \psi(0) = \nu'(0)$. Тогда решение задачи (1)-(3) существует и единственно.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Так как задача (1)-(3) линейна, то ее решение можно искать в виде $(u, f) = (u^1, 0) + (u^2, f)$, где $u^1(x,t)$ является решением задачи

$$Lu^1 = g(x,t), \quad u^1(x,0) = \varphi(x), \quad u_t^1(x,0) = \psi(x), \tag{4}$$

а пара функций (u^2, f) удовлетворяет задаче

$$Lu^2 = f(t)h(x,t), \quad u^2(x,0) = 0, \quad u_t^2(x,0) = 0, \quad u^2(0,t) = \nu(t) - u^1(0,t). \tag{5}$$

Отсюда следует, что для доказательства теоремы 1 достаточно доказать существование и единственность определения пары функций $(u, f) \in Q$ из условий

$$Lu = fh, \qquad (x,t) \in \Omega_T, \tag{6}$$

$$u(x,0) = 0, \qquad u_t(x,0) = 0, \ x \in R, \tag{7}$$

$$u(0,t) = \nu(t), \qquad 0 \le t \le T. \tag{8}$$

Для доказательства разрешимости задачи (6)-(8) рассмотрим задачу определения тройки функций (u, V, f) удовлетворяющих условиям

$$u_t + u = V, \qquad (x,t) \in \Omega_T, \tag{9}$$

$$V_t - V_{xx} - V + \int_0^t e^{-(t-\tau)} V(x,\tau) d\tau = f(t)h(x,t), (x,t) \in \Omega_T, \tag{10}$$

$$V(x,0) = 0, \quad x \in R, \tag{11}$$

$$V(0,t) = \nu'(t) + \nu(t), \quad 0 \le t \le T. \tag{12}$$

Задачи (6)-(8) и (9)-(12) связывает следующая лемма.

ЛЕММА 1

1) Если (u, f) - решение задачи (6)-(8), тогда (u, V, f) - решение задачи (9)-(12).

2) Пусть (u, V, f) - решение задачи (9)-(12), тогда (u, f) - решение задачи (6)-(8), при этом $V = u_t + u$.

Доказательство леммы проводится непосредственно проверкой.

Известно, что (см. [1]) любое решение задачи (10)-(11) имеет вид

$$V(x,t)=\int_0^t f(\tau)\int_R Z(x,t,y,\tau)h(y,\tau)dy\,d\tau, \tag{13}$$

где $Z(x,t,y,\tau)$ - фундаментальное решение оператора

$$L_1u \equiv u_t-u_{xx}-u+\int_0^t e^{-(t-\tau)}u(x,\tau)d\tau.$$

Так как

$$V_t=V_{xx}+V-\int_0^t e^{-(t-\tau)}V(x,\tau)d\tau+f(t)h(x,t),$$

то из (13) получаем

$$V_t=\int_0^t f(\tau)h(y,\tau)\int_R (Z_{xx}+Z-\int_\tau^t e^{-(\tau-\tau_1)}Z)(x,\tau,y,\tau_1)d\tau_1)dyd\tau+f(t)h(x,t). \tag{14}$$

Положив в (14) x=0, и пользуясь дополнительной информацией (12), получим линейное интегральное уравнение Вольтерра второго рода

$$f(t)+\int_0^t K(t,\tau)f(\tau)d\tau=g_1(t), \qquad 0\le t\le T, \tag{15}$$

где

$$K(t,\tau)=\left[\int_R (Z_{xx}+Z-\int_\tau^t e^{-(\tau-\tau_1)}Z)(x,\tau,y,\tau_1)d\tau_1)h(y,\tau)dy\Big|_{x=0}\right]\Big/h(0,t), \tag{16}$$

$$g_1(t)=\left(\nu''(t)+\nu'(t)\right)\cdot h^{-1}(0,t).$$
(17)

Так как $h\in H^{2+\alpha,\alpha/2}$, то из (16) следует, что ядро $K(t,\tau)$ удовлетворяет неравенствам

$$|K(t,\tau)|\le C_1,$$

$$|K(t_1,\tau)-K(t_2,\tau)|\le C_2|t_1-t_2|^{\alpha/2}.$$

Отсюда следует, что решение интегрального уравнения (15) существует, единственно и имеет вид

$$f(t)=[\nu''(t)+\nu'(t)]h^{-1}(0,t)+\int_0^t R(t,\tau)[\nu''(t)+\nu'(\tau)]h^{-1}(0,\tau)d\tau, \tag{18}$$

где функция $R(t,\tau)$ -разрешающее ядро для $K(t,\tau)$.

Покажем, что функция $f(t)$, определенная формулой (18), принадлежит пространству $H^{\alpha/2}$([0,T]). Для этого рассмотрим разность $f(t)$-$f(t^0)$. Тогда из (15) получаем

$$h(0,t)f(t)-h(0,t^0)f(t^0)=\left[\nu''(t)-\nu''(t^0)+\nu'(t)-\nu'(t^0)\right]-$$

$$-\int_0^t K_1(t,\tau)f(\tau)d\tau+\int_0^{t^0} K_1(t^0,\tau)f(\tau)d\tau=\left(\nu''(t)-\nu''(t^0)\right)+$$

$$+\left(\nu'(t)-\nu'(t^0)\right)-\int_0^t\left[K_1(t,\tau)-K_1(t^0,\tau)\right]f(\tau)d\tau, \tag{19}$$

где $K_1(t,\tau)=h(0,t)\cdot K(t,\tau)$.

Из (16)-(19) и предположений теоремы получаем неравенство

$$\left|f(t)-f(t^0)\right|\le C_1\left|t-t^0\right|^{\alpha/2}+C_2\left|t-t^0\right|^{\alpha/2}+C_3\left|t-t^0\right|^{\alpha/2}. \tag{20}$$

Из (20) получим, что $f(t)\in H^{\alpha/2}[0,T]$.

Теперь покажем, что пара функций $V(x,t)$, $f(t)$, где $f(t)$ определенная формулой (18), а

$$V(x,t)=\int_0^t f(\tau)\int_R Z(x,t,y,\tau)h(y,\tau)dyd\tau \qquad (21)$$

является решением задачи (9)-(12). Функция $V(x,t)$, заданная формулой (21) является единственным решением задачи (10)-(11). Проверим, что условие (12) также выполнено. Пусть функция $V(0,t)=\nu_1'(t)+\nu_1(t)$ удовлетворяет равенству

$$\nu''_1(t)+\nu'(t)=\int_0^t K_1(t,\tau)f(\tau)d\tau+f(t)h(0,t). \qquad (22)$$

Так как $f(t)$-решение уравнения (15), то из (15) и (22) относительно функции $\nu''_2(t)=\nu(t)-\nu_1(t)$ получим обыкновенное дифференциальное уравнение с нулевыми начальными данными

$$\nu''_2(t)+\nu'_2(t)=0,\quad \nu_2(0)=\nu'_2(0)=0.$$

Следовательно, $\nu(t)=\nu_1(t)$ и условие (12) выполнено.

Единственность решения задачи (9)-(12) следует из (13) и (15).

ТЕОРЕМА 2. Пусть (V_1,f_1) и (V_2,f_2) любые две пары функций, удовлетворяющие условиям (9)-(12), а $\nu_1(t)$ и $\nu_2(t)$ отвечающие им данные (12) обратной задачи. Тогда для любого конечного T>0 существует такая постоянная, что имеют место оценки устойчивости

$$\|V_1-V_2\|_{H^{2+\alpha,1+\alpha/2}(\bar{\Omega}T)}\le C\|h_1-h_2\|_{H^{2+\alpha,\alpha/2}(\bar{\Omega}T)},$$
$$\|f_1-f_2\|_{H^{\alpha/2}([0,T])}\le C\|\nu_1-\nu_2\|_{H^{2+\alpha}([0,T])}.$$

Доказательство этой теоремы следует непосредственно из соотношений (13),(15).

ЗАМЕЧАНИЕ. Аналогичным образом можно исследовать обратную задачу для случае краевой задачи.

Пусть T>0 – фиксированное число, $Q_T=\{(x,t)|\,0<x<l,\quad 0<t\le T\}$.

Задача 2. На множестве Q_T рассмотрим первую начально-краевую задачу

$$u_{tt}-u_{xxt}-u_{xx}=f(t)h(x,t)+g(x,t),\quad x\in(0,1)\quad t\in(0,T], \qquad (23)$$

$$u(x,0)=\varphi(x),\quad u_t(x,0)=\psi(x),\quad 0\le x\le 1, \qquad (24)$$

$$u(x_i,t)=\mu_i(t),\quad 0\le t\le T,\quad i=1,2,\quad x_1=0,\quad x_2=1. \qquad (25)$$

Требуется определить пару функций $\{u,f\}$, если известно дополнительное условие

$$\int_0^1 u(x,t)\omega(x)dx=\nu(t),\quad 0\le t\le T, \qquad (26)$$

называемое интегральным переопределением.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2. Предположим, что функция $u(x,t)$ является функцией из класса $C^{2+1,2}(Q_T)$ если существуют непрерывные частные производные $u_x, u_t, u_{xx}, u_{tt}, u_{xt}, u_{xxt}$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 3. Решением задачи (23)-(26) называется пара функций $(u,f)\in Q\equiv C^{2+1,2}(Q_T)\times C(\overline{Q}_T)\times C([0,T])$, удовлетворяющая условиям (23)-(26).

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 4. Будем говорить, что для обратной задачи (23)-(26) выполнены условия согласования, если

$$\varphi(x_i) = \mu_i(0), \quad \psi(x_i) = \mu_i'(0), \quad i = 1,2, \tag{27}$$

$$\int_0^1 \varphi(x)\omega(x)dx = \nu(0), \quad \int_0^1 \psi(x)\omega(x)dx = \nu'(0). \tag{28}$$

Имеет место следующая

ТЕОРЕМА 3. Пусть $h, g \in C(\overline{Q}_T)$, $\varphi, \psi \in C^2([0,1])$, $\mu_i(t) \in C^1([0,T])$, $\nu \in C^2([0,T])$ и выполнены условия согласования (27)-(28). Кроме того, $|< h, \omega >| \geq h_0 > 0$ при всех t∈[0,T]. Тогда существует единственное решение обратной задачи (23)-(26).

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Как и в задаче 1, в силу линейности обратной задачи 2 и однозначной разрешимости прямой задачи (23)-(25), для доказательства теоремы разрешимости задачи (23)-(26) достаточно доказать существование и единственность решения обратной задачи определения пары функций (u, f) из условий

$$u_{tt} - u_{xxt} - u_{xx} = f(t)h(x,t), \tag{29}$$

$$u(x,0) = u_t(x,0) = 0, \tag{30}$$

$$u(x_i,t) = 0, \tag{31}$$

$$\int_0^1 u(x,t)\omega(x)dx = \nu(t) \quad . \tag{32}$$

Умножая обе части (29) скалярно на $\omega(x)$ в $L_2(0,1)$, получим

$$\langle u_{tt} - u_{xxt} - u_{xx}, \omega(x)\rangle = f(t)\langle h(x,t), \omega(x)\rangle, \tag{33}$$

где через $\langle \cdot , \cdot \rangle$ обозначим скалярное произведение в $L_2(0,1)$.

Так как

$$\langle u_{tt}, \omega\rangle = \frac{d^2}{dt^2}\langle u, \omega\rangle = \nu''(t),$$

$$-\langle u_{xxt} + u_{xx}, \omega(x)\rangle = -\langle u_t + u, \omega''(x)\rangle,$$

то из (33) получим

$$f(t) = h_0^{-1}(t)\int_0^1 \omega''(s)(u_t + u)(s,t)ds + \nu''(t)h_0^{-1}(t), \tag{34}$$

где

$$h_0(t) = \langle h(x,t), \omega(x)\rangle.$$

Подставляя (34) в (29), имеем

$$u_{tt} - u_{xxt} - u_{xx} = \int_0^1 K(x,s,t)(u_t + u)(s,t)ds + \tilde{g}(x,t). \tag{35}$$

где

$$K(x,s,t) = -\omega''(s)h(x,t)/h_0(t),$$

$$\tilde{g}(x,t) = h(x,t)\nu''(t)/h_0(t).$$

Для решения задачи (30)-(31),(35) введем в рассмотрение две вспомогательные функции

$$u_t + u = V, \qquad V = e^{-t}\widetilde{V}\,. \tag{36}$$

Тогда функция $\widetilde{V}(x,t)$ будет удовлетворять условиям

$$\widetilde{V}_t - \widetilde{V}_{xx} = \int_0^1 K(x,s,t)e^{-t}\widetilde{V}(s,t)ds - \int_0^t e^{-2(t-\tau)}\widetilde{V}(x,\tau)d\tau + e^{-t}\widetilde{g}(x,t)\,, \tag{37}$$

$$\widetilde{V}(x,0) = 0\,, \tag{38}$$

$$\widetilde{V}(x_i,t) = 0\,. \tag{39}$$

Хорошо известно, что функция Грина для краевой задачи

$$u_t - u_{xx} = g(x,t), \qquad u(x,0) = 0, \qquad u(x_i,t) = 0, \quad i = 1,2$$

представимо в виде

$$G(x,\xi,t,\tau) = (t-\tau)^{-1/2}G_0(x,\xi,t,\tau)\,,$$

где $G_0(x,\xi,t,\tau)$ - достаточно гладкая функция. Принимая во внимание свойства функции Грина, нетрудно убедиться, что любое решение $\widetilde{V}(x,t)$ задачи (37)-(39) является решением интегрального уравнения

$$\widetilde{V}(x,t) = \int_0^t\int_0^1 (t-\tau)^{-1/2}G_0(x,\xi,t,\tau)d\xi d\tau[\int_0^1 K(\xi,s,\tau)\widetilde{V}(s,\tau)ds -$$

$$-\int_0^\tau e^{-2(\tau-\tau_1)}\widetilde{V}(\xi,\tau_1)d\tau_1 - e^{-\tau}g(\xi,\tau)], \tag{40}$$

или, используя теорему Фубини, и меняя порядок интегрирования, из (40) получим

$$\widetilde{V}(x,t) = \int_0^t\int_0^1 K_1(x,\xi,t,\tau)\widetilde{V}(\xi,\tau)d\xi d\tau + F(x,t)\,, \tag{41}$$

где

$$K_1(x,\xi,t,\tau) = (t-\tau)^{-1/2}\int_0^1 G_0(x,\xi,t,\tau)K(s,\xi,\tau)ds -$$

$$-\int_\tau^t (t-\tau_1)^{-1/2}G_0(x,\xi,t,\tau_1)e^{-2(\tau-\tau_1)}d\tau_1,$$

$$F(x,t) = \int_0^t\int_0^1 (t-\tau)^{-1/2}G_0(x,\xi,t,\tau)e^{-\tau}g(\xi,\tau)d\xi d\tau$$

В дальнейшем нам понадобится следующая лемма, аналогичная лемме Гронуолла-Белмана.

ЛЕММА 2. Пусть $y(t)$ и $z(t)$- непрерывные неотрицательные функции. Если

$$0 \le y(t) \le z(t) + C\int_0^t \left(1 + (t-\tau)^{-1/2}\right)y(\tau)d\tau, \qquad 0 \le t \le T\,. \tag{42}$$

то справедлива оценка

$$0 \le y(t) \le \overline{C}\left(z(t) + \int_0^t (t-\tau)^{-1/2}z(\tau)d\tau\right), \tag{43}$$

где $\overline{C}$ -положительная константа, зависящая от C,T и π.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Умножая обе части (42) на $(t-\tau)^{-1/2}$ и интегрируя по $(0,t)$, получим

$$\int_0^t (t-\tau)^{-1/2} y(\tau)d\tau \le \int_0^t (t-\tau)^{-1/2} z(\tau)d\tau + C\pi\int_0^t y(\tau)d\tau . \qquad (44)$$

Здесь мы использовали неравенство

$$\left(1+(t-\tau)^{-1/2}\right) \le 2T^{1/2}(t-\tau)^{-1/2}. \qquad (45)$$

Подставляя (44) в (42),и применяя леммы Гронуолла, получим (43).

Продолжим доказательство теоремы 3. Докажем разрешимость интегрального уравнения (41) с помощью метода последовательных приближений

$$\widetilde{V}^n = F(x,t) + \int_0^t\int_0^1 K_1(x,\xi,t,\tau)\widetilde{V}^{n-1}(\xi,\tau)d\xi d\tau . \qquad (46)$$

Из (46) в силу условий теоремы и неравенства (43), имеем

$$\left|\widetilde{V}^n\right| \le C_1 + C_2\int_0^t (t-\tau)^{-1/2}\left|\widetilde{V}^{n-1}(\cdot,\tau)\right| d\tau .$$

Отсюда, в силу леммы 1 следует, что

$$\left\|\widetilde{V}^n\right\| \le C .$$

Это означает, что последовательность $\left\{\widetilde{V}^n\right\}$ сходится равномерно к функции $\widetilde{V}(x,t)$. Возвратившись к последовательности (46), и найдя предел при $n\to\infty$, мы видим, что функция $\widetilde{V}(x,t)$ удовлетворяет уравнению (41).

Чтобы установить единственность найденного решения, допустим, что $\widetilde{V}^1$ является другим решением. Тогда

$$\widetilde{V}(x,t) - \widetilde{V}^1(x,t) = \int_0^t\int_0^1 K_1(x,\xi,t,\tau)\left[\widetilde{V}(\xi,\tau) - \widetilde{V}^1(\xi,\tau)\right]d\xi d\tau ,$$

откуда получаем

$$\left|\widetilde{V}(\cdot,t) - \widetilde{V}^1(\cdot,t)\right| \le C\int_0^t (1+(t-\tau)^{-1/2})\left|\widetilde{V}(\cdot,\tau) - \widetilde{V}^1(\cdot,\tau)\right| d\tau .$$

Хорошо известно, что решение этого неравенства может быть только одно: $\left|\widetilde{V} - \widetilde{V}^1\right| = 0$ и, следовательно, $\widetilde{V} = V^1, \quad (x,t)\in Q_T$.

Таким образом, мы доказали однозначную разрешимость интегрального уравнения (41). Тогда по формулам (36),(34) последовательно находим V, u и f. Теорема 3 доказана.

ТЕОРЕМА 4. Пусть (u_i, f_i) $(i=1,2)$ два решения обратной задачи (23)-(26) с данными $\nu_i(t)$ соответственно. Тогда имеет место оценка

$$\|u_1 - u_2\|_{C(\overline{\Omega}_T)} \le C\|\nu_1 - \nu_2\|_{C^2([0,T])},$$

константа C зависит от функции h, ω и T.

Доказательство теоремы можно получить непосредственно из соотношений (36),(34),(41) с применением леммы 2.

Заключение

Автор статьи считает, что в данной работе новыми являются доказательства теорем существования и единственности решения различных линейных обратных задач для псевдогиперболического уравнения с различными условиями переопределения.

Литература

1. *Аблабеков Б.С.* Обратные задачи для дифференциальных уравнений третьего порядка. – LAP LAMBERT Academic Publishing, 2013. 291 с.
2. *Бухгейм А.Л.* Введение в теорию обратных задач [Текст] /А.Л.Бухгейм. Новосибирск: Наука, 1988. 183 с.
3. *Кабанихин С.И.* Обратные и некорректные задачи [Текст] / С.И. Кабанихин.– Новосибирск: Сиб. науч. изд-во, 2009. 457 с.
4. *Лаврентьев М.М.* Некорректные задачи математической физики и анализа [Текст] /М.М.Лаврентьев, В.Г.Романов, С.П.Шишатский. М.: Наука, 1980. 288 с.
5. *Романов В.Г.* Обратные задачи математической физики [Текст] / В.Г. Романов. М.: Наука, 1984. 254 с.
6. *Чудновский А.Ф.* Теплофизика почвы. М.: Наука, 1976. 352 с.
7. *Yu.Ya.Belov,* Inverse Problems for Partial Differential Equations, Utrecht, VSP, 2002.
8. *Prilepko A.I., Orlovsky D.G., Vasin U.A.* Methods for solving inverse problems in mathematical fhysics. New York; Basel: Marcelker, 1999. 709 p.

Linear inverse problem for the pseudo hyperbolic equations

Kurmanbaeva Ainura Kudaibergenovna, *Candidate's (Ph.D) in Physics-Mathematics, head of Department, Kirgyz State Technical University named after I.Razzakov*

In this paper linear inverse problems for pseudo hyperbolic equations is considered. We prove the corresponding theorem on the unique solvability of the inverse problem.

Keywords: inverse problem of pseudo hyperbolic equation, Volterra equation, conditions override

УДК 330.43. /330.34

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА КОРРЕЛЯЦИОННОЙ АДАПТОМЕТРИИ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ СТРАХОВЫХ РЫНКОВ

Анна Борисовна Лейнартене, *магистр экономики*
Тел.: 8 908 214 09 65, E-mail: aleina@mail.ru
Сибирский федеральный университет
http://www.sfu-kras.ru

В статье предложен метод корреляционной адаптометрии для выявления предкризисных и кризисных ситуаций на страховых рынках. Применимость метода исследована на данных статистики некоторых региональных страховых рынков Российской Федерации.

Ключевые слова: корреляционная адаптометрия, эффект группового стресса, дисперсия, корреляции, экономический кризис, страховой рынок.

В 1985 году Е.В.Смирновой и А.Н.Горбанем был обнаружен эффект, проявляющийся в группах и популяциях, находящихся в тяжелых условиях существования. Наблюдаемый эффект состоит в росте корреляционных связей между параметрами системы при увеличении адаптационного напряжения в этой системе, а именно уменьше-