УДК 517.95

ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ЛИНЕЙНОГО ПСЕВДОПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ТИПА ФИЛЬТРАЦИИ

Анна Шоломовна Любанова*, к.ф.-м.н., доцент*
Тел. 8 391 206 3716, e-mail: lubanova@mail.ru
Сибирский федеральный университет
http://www.sfu-kras.ru

Работа посвящена исследованию коэффициентных обратных задач для псевдопараболических уравнений. Результаты, полученные ранее автором и А. Тани, обобщаются на случай, когда в уравнении имеются младшие члены, содержащие не только функцию, но и ее первые производные. Устанавливаются достаточные условия существования и единственности решения "в малом".

Ключевые слова: обратная задача, псевдопараболическое уравнение, существование и единственность «в малом», фильтрация.

Введение

Данная статья посвящена исследованию коэффициентных обратных задач для псевдопараболических уравнений вида

$$(u + L_1 u)_t + L_2 u = f \qquad (1)$$

с дифференциальными операторами L_1 и L_2 четного порядка по пространственным переменным. Уравнения такого типа возникают при моделировании процессов теплопереноса [1], фильтрации в пористых средах [2–4], волновых процессов [5], квазистационарных процессов в кристаллических полупроводниках [6] (более подробный обзор можно найти в [6]). Старшие коэффициенты операторов L_1 и L_2 описывают физические свойства среды (проницаемость, сжимаемость, тепло- или электропроводность и т. д.).

А.Ш. Любанова

Прямые краевые задачи для линейных и нелинейных уравнений (1) обсуждались во многих работах (см. ссылки, указанные выше, а также [7,8]). Исследование обратных задач для псевдопараболических уравнений началось в 1980-х. Первый результат, полученный Ранделлом [9], относится к обратным задачам идентификации неизвестной функции источника f в уравнении (1) с линейными операторами L_1 и L_2, $L_1 = L_2$. Ранделл доказал глобальные теоремы существования и единственности для случаев, когда f зависит только от x или t. Другой тип обратных задач для (1) рассмотрен в [10,11]. Эти работы посвящены задачам восстановления ядра в интегральном члене уравнения (1) с интегро-дифференциальным оператором L_2. Отметим также результаты [12–15], касающиеся коэффициентных обратных задач для (1).

В работах [14,15] рассматривалась обратная задача нахождения неизвестного коэффициента $k(t)$, зависящего от времени, в уравнении

$$(u + \eta M u)_t + k(t) M u + g(t,x) u = f \qquad (2)$$

по интегральным данным на границе, где M – дифференциальный оператор второго порядка по пространственным переменным, η – положительная постоянная, g и f – заданные функции. В [14] установлены достаточные условия разрешимости и единственности решения данной задачи. Обратная задача решалась в ограниченной области. В работе [15] обсуждались вопросы аппроксимации обратной задачи для параболического уравнения соответствующей задачей для (2) при $\eta \to 0$.

В данной статье результаты [14] обобщаются на случай, когда в уравнении (2) имеются младшие члены, содержащие не только функцию u, но и ее первые производные по пространственным переменным. Исследуются достаточные условия существования и единственности решения "в малом".

1. Постановка задачи и предварительные результаты

Пусть Ω – некоторая ограниченная область в $\mathbf{R}^n$ с границей $\partial\Omega \subset C^2$, пусть также $T \in \mathbf{R}$ и $Q_T = (0,T) \times \Omega$. Всюду ниже мы будем использовать обозначения: $\|\cdot\|_R$, $(\cdot,\cdot)_R$ – норма и скалярное произведение в $\mathbf{R}^n$; $\|\cdot\|$, $(\cdot,\cdot)$ – норма и скалярное произведение в $L^2(\Omega)$; $\|\cdot\|_j$, $\langle\cdot,\cdot\rangle_1$ – норма в $W_2^j(\Omega)$, $j = 1, 2$, и отношение двойственности между $\overset{\circ}{W}{}_2^1(\Omega)$ и $W_2^{-1}(\Omega)$, соответственно.

Введем линейные дифференциальные операторы $M : \overset{\circ}{W}{}_2^1(\Omega) \to W_2^{-1}(\Omega)$ и $L : W_2^1(\Omega) \to L^2(\Omega)$ вида $M = -div(\mathcal{M}(x)\nabla) + m(x)I$ и $L = (\mathbf{l}(x),\nabla)_R + l(x)I$, соответственно, где $\mathcal{M}(x) \equiv (m_{ij}(x))$ – матрица функций $m_{ij}(x)$, $i,j = 1,2, \ldots, n$, $\mathbf{l}(x)$ – вектор функций $l_i(x)$, $i = 1,2, \ldots, n$, $m(x)$ и $l(x)$ – скалярные функции, I – тождественный оператор. Будем предполагать, что операторы M и L удовлетворяют следующим условиям.

I. M является эллиптическим ограниченным оператором, то есть существуют положительные постоянные m_1, m_2 такие, что

$$m_1\|v\|_1^2 \le \langle Mv, v\rangle_1 \le m_2\|v\|_1^2 \qquad \text{для любых } v \in \overset{\circ}{W}{}_2^1(\Omega).$$

Для любого $v \in W_2^2(\Omega)$ выполняется неравенство

$$\|Mv\| \le m_3\|v\|_2 \tag{3}$$

с некоторой положительной константой m_3.

III. $m_{ij}(x) = m_{ji}(x)$, $i,j = 1,2, \ldots, n;$ $m(x) \ge 0$ при $x \in \Omega$.

IV. Для любого $v \in W_2^1(\Omega)$

$$\|Lv\| \le \lambda\|v\|_1 \tag{4}$$

с некоторой положительной постоянной λ.

В данной работе изучается следующая обратная задача.

Задача 1. При заданных $f(t,x)$, $g(t,x)$, $\beta(t,x)$, $U\_0(x)$, $\varphi_1(t)$, $\varphi_2(t)$ найти пару функций $(u(t,x), k(t))$, удовлетворяющих уравнению

$$u_t + \eta Mu_t + k(t)Mu + Lu = f, \qquad (t,x) \in Q_T, \tag{5}$$

и условиям

$$(u + \eta Mu)|_{t=0} = U_0, \qquad x \in \Omega, \tag{6}$$

$$u|_{S_T} = \beta(t,x), \tag{7}$$

$$\int\limits_{\partial\Omega}\left\{\eta\frac{\partial u_t}{\partial \overline{N}} + k(t)\frac{\partial u}{\partial \overline{N}}\right\}\omega ds + k(t)\varphi_1(t) = \varphi_2(t), \qquad t \in [0,T]. \tag{8}$$

Здесь $\dfrac{\partial}{\partial \overline{N}} = (\mathcal{M}(x)\nabla, \mathbf{n})_R$ и $\mathbf{n}$ - единичный вектор внешней нормали к $\partial\Omega$..

Определим функции $a(t,x)$ и $b^{\eta}(t,x)$ как решения задач Дирихле

$$Ma = 0, \quad x \in \Omega, \qquad a|_{\partial\Omega} = \beta(t,x),$$

$$Mb = 0, \quad x \in \Omega, \qquad a|_{\partial\Omega} = \omega(t,x),$$

$$h^\eta + \eta M h^\eta = 0, \quad x \in \Omega, \qquad h^\eta|_{\partial\Omega} = \omega(t,x),$$

соответственно, и введем обозначения:

$$\langle M v_1, v_2\rangle_1 = \int_\Omega (\mathcal{M}(x)\nabla v_1, \nabla v_2)_R\, dx + (m(x)v_1, v_2), \qquad v_1, v_2 \in W_2^1(\Omega);$$

$$\Psi(t) = \langle Ma, b\rangle_{1,M}; \tag{9}$$

$$\Phi(t) = \varphi_2(t) - \eta\langle Ma_t, b\rangle_{1,M} + (f - a_t, h^\eta);$$

$$F(t,x) = a_t - f + La;$$

$$\overline{\Psi} = \max_{t\in[0,T]} \Psi(t), \qquad \overline{\varphi}_i = \max_{t\in[0,T]} \varphi_i(t), \quad i = 1,2.$$

Целью данной работы является исследование корректности задачи (5) – (8). Основной результат этого исследования опирается на теорему существования и единственности решения прямой начально-краевой задачи (5)–(7) с известным коэффициентом $k(t)$.

Теорема 1. *Пусть выполняются предположения* I – IV. *Пусть* η *- положительная постоянная,* $f \in C([0,T]; L^2(\Omega))$, $U_0 \in L_2(\Omega)$, $\beta \in C^1([0,T]; W_2^{3/2}(\partial\Omega))$, $k \in C([0,T])$. *Тогда существует единственное решение* $u \in C^1([0,T]; W_2^2(\Omega))$, *задачи* (5)–(7).

Справедливость теоремы 1 следует из липшиц непрерывности оператора $G = (k(t)M + L)(I + \eta M)^{-1}$ и теоремы 1.2 Главы 5 [8].

2. Основной результат

Перейдем к исследованию задачи (5) – (8). Под решением задачи 1 будем понимать пару функций $\{u, k\}$, определенную почти всюду в цилиндре $Q_{T_0} = (0, T_0) \times \Omega$ при некотором T_0, $0 < T_0 \le T$, со следующими свойствами:

1) $k(t)$ непрерывна при $0 < t \le T_0$;
2) $u \in C^1([0,T_0]; W_2^2(\Omega))$;
3) выполняется уравнение (5) и условия (6) – (8) почти всюду в Q_{T_0}.

Основным результатом данной работы являются достаточные условия существования и единственности решения обратной задачи (5) – (8), устанавливаемые следующей теоремой.

Теорема 2. *Пусть операторы M и L удовлетворяют условиям* I – IV *и* η – *положительная константа. Пусть также выполняются следующие предположения*:

(i) $f \in C([0,T]; L^2(\Omega))$, $U_0 \in L_2(\Omega)$, $\beta, \omega \in C^1([0,T]; W_2^{3/2}(\partial\Omega))$,

(ii) U_0, β *– неотрицательные функции и*

$$\int_\Omega h^\eta\, dx \ge h_0 = const > 0, \qquad t \in [0,T];$$

(iii) *существует постоянная* $\alpha > 0$ *такая, что*

$$\varphi_1(t) + \Psi(t) \ge \alpha, \qquad t \in [0,T],$$

Тогда существует T_0, $0 < T \le T_0$ *такое, что задача* (5) – (8) *имеет единственное решение* $\{u,k\} \in C^1([0,T_0]; W_2^2(\Omega)) \times C([0,T_0])$. *Причем коэффициент* $k(t)$ *удовлетворяет* *неравенству*

$$|k(t)| \le k_1$$

с некоторой положительной константой k_1.

Доказательство. Следуя идее [16], мы сведем задачу (5) – (8) к эквивалентной обратной задаче с нелинейным операторным уравнением для $k(t)$. Положим $w(t,x)$ = $a(t,x) - \underline{u}(t,\underline{x})$. Пара $\{w(t,x), k(t)\}$ является решением задачи

$$\begin{cases} w_t + \eta M w_t + k(t) M w + L w = F, & (t,x) \in Q_T, \\ (w + \eta M w)|_{t=0} = a(0,x) - U_0, & x \in \Omega, \\ w|_{S_T} = 0, \end{cases} \tag{10}$$

$$\int\limits_{\partial\Omega} \left\{ \eta \frac{\partial w_t}{\partial \overline{N}} + k(t) \frac{\partial w}{\partial \overline{N}} \right\} \omega \, ds = k(t)(\varphi_1(t) + \Psi(t)) - \varphi_2(t) + \langle M a_t, b \rangle_{1.M}, \qquad t \in [0,T]. \tag{11}$$

Умножим уравнение (10_1) на h^η в смысле скалярного произведения в $L^2(\Omega)$ и дважды проинтегрируем по частям во втором и третьем слагаемых левой части. Учитывая (9), (11) и тот факт, что

$$(w_t + \eta M w_t, h^\eta) + k(t)(Mw, h^\eta) = -k(t)(\varphi_1(t) + \Psi(t)) - \varphi_2(t) + \langle M a_t, b \rangle_{1.M} - \frac{k(t)}{\eta}(w, h^\eta),$$

получим уравнение

$$k(t)\left(\varphi_1(t) + \Psi(t) + \frac{1}{\eta}(w, h^\eta) \right) = \Phi^\eta(t) - \left(L(a-w), h^\eta \right). \tag{12}$$

Заметим, что задача (5) – (8) имеет единственное решение тогда и только тогда, когда задача (10), (12) однозначно разрешима. Поэтому достаточно доказать утверждение теоремы для (10), (12).

Будем искать решение $\{w(t,x), k(t)\}$ как предел последовательности приближений $\{w^i(t,x), k^i(t)\}$, построенных с помощью итерационной схемы

$$\begin{cases} w_t^i + \eta M w_t^i + k^{i-1}(t) M w^i + L w^i = F, & (t,x) \in Q_T, \\ (w^i + \eta M w^i)|_{t=0} = a(0,x) - U_0, & x \in \Omega, \\ w^i|_{S_T} = 0, \end{cases} \tag{13}$$

$$k^i(t)\left(\varphi_1(t) + \Psi(t) + \frac{1}{\eta}(w^i, h^\eta) \right) = \Phi^\eta(t) - \left(L(a-w^i), h^\eta \right) \tag{14}$$

при i=1,2, …; $k^0(t) \equiv k_0$, где k_0 – заданная положительная постоянная, значение которой будет уточнено позже.

Прежде всего, докажем по индукции, что при некотором $0 < T_0 \le T$ задача (13), (14) имеет единственное решение $\{w^i(t,x), k^i(t)\} \in C^1([0,T_0]; W_2^2(\Omega)) \times C([0,T_0])$ и для любого i=1,2, …, справедливо неравенство

$$|k^i(t)| \le k_1 \qquad \text{для всех } t \in [0,T_0], \tag{15}$$

где постоянная $k_1 > 0$ не зависит от i.

Начнем с оценки $k^i(t)$, i=1,2, …. Пусть при каждом i = 1,2, … существует t_0^{i-1}, $0 < t_0^{i-1} \le T$, и положительная постоянная k_1^{i-1} такие, что

$$|k^{i-1}(t)| \le k_1^{i-1} \quad \text{при} \quad t \in [0, t_0^{i-1}],$$

Умножим (13_1) на Mw^i в смысле скалярного произведения в $L^2(\Omega)$ и проинтегрируем в первом слагаемом по частям. Оценим левую и правую части полученного равенства, используя свойства операторов M и L а также теорему вложения. Применяя лемму Гронуолла к результирующему соотношению, приходим к неравенству

$$\| w^i(t) \|_1^2 + \eta \| Mw^i \|^2 \le B_1^2 \exp\left(B_2 T + \frac{2t}{\eta} k_1^{i-1} \right), \tag{16}$$

где $w_0(x) = w(0,x)$. Положительные постоянные B_1, B_2 зависят от T, η, m_1, m_2, mesΩ, λ, $\| w_0 \|_2$, $\max\limits_{t\in[0,T]} \| F \|$ и не зависит от i.

Подействуем оператором $(I+\eta M)^{-1}$ на (12_1) и проинтегрируем по t от 0 до τ $0 \le \tau \le t_0^{i-1}$. Получаем интегральное уравнение для w^i:

$$w^i = (I+\eta M)^{-1}(a_0 - U_0) + \int_0^t (I+\eta M)^{-1}(F - k^{i-1}(\tau)Mw^i - Lw^i)\, d\tau.$$

Здесь $a_0(x) = a(0,x)$. Подставляя это выражение в левую часть (14), будем иметь

$$k^i(t)\left[\Psi + \varphi_1 + \frac{1}{\eta}\left((I+\eta M)^{-1}\left(a_0 - U_0 + \int_0^t (F - k^{i-1}(\tau)Mw^i - Lw^i)\, d\tau, h^\eta \right)\right)\right] =$$
$$= \Phi^\eta(t) - \left(L(a - w^i), h^\eta \right) \tag{17}$$

Из неравенств (5), (16) и предположения (iii) теоремы 2 вытекает, что

$$\Psi + \varphi_1 + \frac{1}{\eta}(I+\eta M)^{-1}\left(a_0 - U_0 + \int_0^t (F - k^{i-1}Mw^i - Lw^i)\, d\tau, h^\eta \right) \ge \alpha_2 - t(B_3 + k_1^{i-1}B_4) \ge \frac{\alpha}{2} \tag{18}$$

для всех $t \in [0, \min\{\eta(2k^0)^{-1}, T\}]$, где положительные константы B_3 и B_4 зависят от m_1, m_2, mesΩ, λ, $\| a_0 - U_0 \|_2$, $\max\limits_{t\in[0,T]} \{\| F \|, \| h^\eta \|\}$, η, T, B_1, B_2 и не зависят от i. Так как $k^0 > 0$, при $i = 1$ в силу (17), (18) $k^1(t)$ удовлетворяет неравенству

$$| k^1(t) | \le \frac{2}{\alpha_2}\left\{ \overline{\Phi}^\eta + \lambda\left(\max_{t\in[0,T]} \| a \|_1 + B_1 \exp\left(\frac{B_2 T + 1}{2} \right) \right) \max_{t\in[0,T]} \| h^\eta \| \right\} \equiv B_5$$

при $t \in [0, t_0]$, где $t_0 \equiv \min\left\{ \frac{\alpha_2}{2(B_3 + k^0 B_4)}, \frac{\eta}{2k_0}, T \right\}$. Выберем $k^0 = B_5$. Тогда неравенства (15), (16) справедливы для любого $t \in [0, T_0]$, где $T_0 \equiv \min\left\{ \frac{\alpha_2}{2(B_3 + B_5 B_4)}, \frac{\eta}{2B_5}, T \right\}$, и принимают вид

$$| k^i(t) | \le B_5 \qquad \text{при } t \in [0, T_0], \tag{19}$$

$$\| w^i(t) \|_1^2 + \eta \| Mw^i \|^2 \le B_1^2 \exp\left(B_2 T + \frac{2t}{\eta} B_5 \right). \tag{20}$$

Они в свою очередь позволяют получить оценку

$$\eta \| Mw_t^i \|^2 \le B_6. \tag{21}$$

Положительная постоянная B_6 зависит от m_1, m_2, mesΩ, λ, $\max\limits_{t\in[0,T]}\|F\|$, η, T, B_1, B_2, B_5 и не зависят от i.

Для доказательства сходимости последовательности $\{w^i(t,x),k^i(t)\}$ положим $\widetilde{k}^i(t)=k^{i+1}(t)-k^i(t)$, $\widetilde{w}^i(t)=w^{i+1}(t)-w^i(t)$. Пара $\{w^i(t,x),k^i(t)\}$ является решением задачи

$$\begin{cases}\widetilde{w}_t^i+\eta M\widetilde{w}_t^i+k^i(t)M\widetilde{w}^i+L\widetilde{w}^i=-\widetilde{k}^{i-1}(t)Mw^i, \qquad (t,x)\in Q_T,\\ (\widetilde{w}^i+\eta M\widetilde{w}^i)|_{t=0}=0, \quad x\in\Omega, \qquad \widetilde{w}^i|_{S_T}=0,\\ \widetilde{k}^i(t)\left(\varphi_1(t)+\Psi(t)+\dfrac{1}{\eta}(w^i,h^\eta)\right)=-\left(L\widetilde{w}^i,h^\eta\right)-\dfrac{k^i(t)}{\eta}(\widetilde{w}^i,h^\eta).\end{cases} \tag{22}$$

Умножим (22_1) на $M\widetilde{w}^i$ в смысле скалярного произведения в L^2 (Ω), проинтегрируем по частям во втором и третьем слагаемых левой части и оценим правую часть полученного уравнения с помощью (3), (4), (19) и (20). Применяя лемму Гроноулла к результирующему соотношению и учитывая свойства оператора M, приходим к неравенству

$$\|\widetilde{w}^i\|_2\le B_7\left(\int_0^t|\widetilde{k}^{i-1}(\tau)|^2\,d\tau\right)^{1/2}. \tag{23}$$

Аналогично из (36_1) и (39) выводится неравенство

$$\|\widetilde{w}_t^i\|_2\le B_8\left(\int_0^t|\widetilde{k}^{i-1}(\tau)|^2\,d\tau\right)^{1/2}+B_8|\widetilde{k}^{i-1}|. \tag{24}$$

Положительные постоянные B_7, B_8 зависят от m_1, m_2, mesΩ, λ, η, T, B_1, B_6, и не зависит от i. С другой стороны, из (19) и (22_3) следует, что

$$|\widetilde{k}^i(t)|\le B_9\|\widetilde{w}^i\|_1. \tag{25}$$

Константа B_9 зависит от λ, η, T, B_1, B_6, α_2, k_1, $\max\limits_{t\in[0,T]}\|h^\eta\|$ и не зависит от i. Объединяя (23) и (25) и вводя эквивалентную норму $|\cdot|_\nu=\max\limits_{t\in[0,T_0]}\{e^{-\nu t}|\cdot|\}$ в $C([0,T_0])$ с положительной константой ν, можно показать, что при $\nu>B_7B_9^2/2$ существует предел $k(t)$ последовательности $\{k^i(t)\}$ в смысле нормы $|\cdot|_\nu$ при $i\to\infty$. Это в свою очередь гарантирует сходимость последовательности $\{w^i\}$ к функции w по норме $C^1([0,T_0];W_2^2(\Omega))$ ввиду (23) и (24). Переходя к пределу в (13) и (14) при $i\to\infty$, заключаем, что пара $\{w(t,x), k(t)\}$ является решением задачи (10), (12). Кроме того, для w и $k(t)$ справедливы оценки (19) – (21).

Единственность решения $\{w, k\}$ следует из неравенств

$$\|\overline{w}^i\|_2\le B_7\left(\int_0^t|\overline{k}^{i-1}(\tau)|^2\,d\tau\right)^{1/2} \quad\text{и}\quad |\overline{k}(t)|_\nu\le\frac{B_7B_9}{\sqrt{2\nu}}|\overline{k}(t)|_\nu$$

справедливых для разности $\{\overline{w},\overline{k}\}$ двух решений $\{w',k'\}$ и $\{w'',k''\}$ задачи (10), (12). Действительно, в силу выбора ν из последнее неравенство влечет за собой тот факт, что $\overline{k}\equiv 0$, и, следовательно, $\overline{w}\equiv 0$ при всех $t\in[0, T_0]$ и почти всех $x\in\Omega$. Теорема доказана.

Заключение

В работе обобщены результаты, полученные ранее автором и А. Тани, на случай, когда в уравнении имеются младшие члены, содержащие не только функцию, но и ее первые производные. Найдены достаточные условия существования и единственности "в малом" решения обратной задачи для псевдопараболического уравнения. Полученные результаты остаются справедливыми для уравнения (5) с несамосопряженным оператором M.

Литература

1. *Chen P.J., Gurtin M.E.* On a theory of heat conduction involving two temperatures // Z. Angew. Math. Phys. 1968. V. 19. P. 614-627.
2. *Баренблатт Г.И., Желтов Ю.П., Кочина И.Н.* Об основных представлениях теории фильтрации в трещиноватых средах // Прикладная математика и механика. 1960. Т. 24. № 5. С. 852-864.
3. *Barenblatt G.I., Garcia-Azorero J., De Pablo A., Vazquez J.L.* Mathematical Model of the Non-Equilibrium Water-Oil Displacement in Porous Strata // Appl. Anal. 1997. V. 65. P. 19-45.
4. *Helmig R., Weiss A., Wohlmuth B.I.* Dynamic capillary effects in heterogeneous porous media // Comput. Geosciences. 2007. V. 11. P. 261-274.
5. *Benjamin T.B., Bona J.L., Mahony J.J.* Model equations for long waves in nonlinear dispersive systems // Philos. Tranc. Royal Soc. London. Ser. A. 1972. V. 272. P. 47-78.
6. *Свешников А.Г., Альшин А.Б., Корпусов М.О., Плетнер Ю.Д.* Линейные и нелинейные уравнения соболевского типа. Москва: Физматлит, 2007. 736 с.
7. *Showalter R.E., Ting T.W.* Pseudoparabolic partial differential equations // SIAM J. Math. Anal. 1970. V. 1. P. 1-26.
8. *Гаевский Х., Грёгер К., Захариас К.* Нелинейные операторные уравнения и операторные дифференциальные уравнения. Москва: Мир, 1978. 336 с.
9. *Rundell W.* Determination of an unknown nonhomogeneous term in a linear partial differential equation from overspecified boundary data // Appl. Anal. 1980. V. 10. P. 231-242.
10. *Асанов А.А., Атаманов Е.Р.* Обратная задача для операторного интегродифференциального псевдопараболического уравнения // Сибирский Математический Журнал. 1995. V.36. P. 752-762.
11. *Lorenzi A., Paparoni E.* Identification problems for pseudoparabolic integrodifferential operator equations // J. Inv. Ill-Posed Problems. 1997. V. 5. P. 235-253.
12. *Мамаюсупов М.Ш.* О задаче определения коэффициентов псевдопараболического уравнения // Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям. Фрунзе: Илим, 1983. № 16. С. 290-297.
13. *Кожанов А.И.* О разрешимости коэффициентных обратных задач для некоторых уравнений соболевского типа // Научные ведомости Белгородского государственного университета. Серия "Математика. Физика". 2010. Т. 5. С. 88-98.
14. *Lyubanova A.Sh.* On the Approximation of a Parabolic Inverse Problem by Pseudoparabolic One // Журнал Сибирского федерального Университета. Серия "Математика и Физика". 2012. Т. 5. № 3. С. 326–336.
15. *Lyubanova A.Sh., Tani A.* An inverse problem for pseudoparabolic equation of filtration. The existence, uniqueness and regularity // Appl. Anal. 2011. V. 90. P. 1557–1571.
16. *Prilepko A.I., Orlovsky D.G., Vasin I.A.* Methods for solving inverse problems in mathematical physics. New York: Marcel Dekker, Inc., 2000. 709 с.

Inverse problem for linear pseudoparabolic equation of filtration type

Anna Sholomovna Lyubanova*, PhD, Associate Professor, Siberian federal university*

The paper discusses the inverse problem on determination of an unknown coefficient in the linear pseudoparabolic equations. The results obtained by the author and A. Tani earlier are extended to the case of the equation containing not only the unknown function, but its first derivatives as well. The assumptions on the input data are formulated wherein the local existence and uniqueness of the solution of the problem is proved.

Keywords – local existence and uniqueness theorems, a priori estimates, inverse problems, pseudoparabolic equations, filtration