УДК 519.7

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРАВДОПОДОБИЯ ОЦЕНОК ОТНОСИТЕЛЬНЫХ ГИПЕРСПЕКТРАЛЬНЫХ ВЕГЕТАЦИОННЫХ ИНДЕКСОВ

Асадов Хикмет Гамид оглы[1],
д-р техн. наук, профессор,
e-mail: asadzade@rambler.ru,

Сулейманова Егане Джалал гызы[1],
канд. техн. наук,
[1]Национальное аэрокосмическое агентство, г. Баку, Азербайджанская Республика

Статья посвящена исследованию правдоподобия оценок широко распространенных относительных гиперспектральных вегетационных индексов. Сформулирована задача вычисления правдоподобия оценок относительных вегетационных индексов в условиях, когда используемые спектральные оценки имеют единую функцию распределения вероятностей, а соответствующие вероятностные показатели этих оценок жестко связаны между собой. Введена на рассмотрение нелогарифмическая функция правдоподобия применительно к относительным вегетационным индексам, спектральные оценки в которых имеют нормальный закон распределения. Определено, что при известных значениях математического ожидания оценок соответствующих спектральных величин вновь введенная функция правдоподобия имеет характерный минимум при некотором значении коэффициента связи между среднеквадратичными отклонениями используемых спектральных оценок.

Ключевые слова: функция правдоподобия, вегетационные индексы, моделирование, гиперспектральные данные

INVESTIGATION OF THE LIKELIHOOD OF ESTIMATES OF RELATIVE HYPERSPECTRAL VEGETATION INDICES

Asadov H.H. ogly[1],
doctor of technical sciences, professor,
e-mail: asadzade@rambler.ru,

Suleymanova Y.J. gyzy[1],
candidate of technical sciences,
[1]Azerbaijan National Aerospace Agency, Baku, Republic of Azerbaijan

The article investigates the likelihood of estimates of widespread relative hyperspectral vegetation indices. The issue of calculating the likelihood of estimates of relative vegetation indices is formulated in conditions when the implemented spectral estimates have a single probability distribution function, and the corresponding probabilistic indicators of these estimates are rigidly interconnected. A non-logarithmic likelihood function is introduced for consideration in relation to relative vegetation indices in which spectral estimates have a normal distribution law. It is determined that for known values of the mathematical expectation of the estimates of the corresponding spectral quantities, the newly introduced likelihood function has a characteristic minimum with a certain value of the coefficient of the relationship between the standard deviations of the used spectral estimates.

Keywords: likelihood function, vegetation indices, modeling, hyperspectral data

DOI 10.21777/2500-2112-2022-2-90-94

Введение

Хорошо известно, что гиперспектральное дистанционное зондирование применительно к растительности позволяет прогнозировать состояние развития урожая на сельскохозяйственных полях. Для этой цели используются различные вегетационные индексы, число которых в настоящее время превысило сотню. Очевидно, что достоверность и правдоподобность получаемых с помощью вычисления таких вегетационных индексов зависит как от статистического правдоподобия получаемых первичных отчетов, так и от шумов на выходе гиперспектральной аппаратуры. Следует отметить, что вопросам анализа достоверности и правдоподобия гиперспектральных данных посвящено значительное количество работ. Так, например, в работе [1] определены наиболее важные длины волн для гиперспектральных измерений с целью достоверного раннего выявления болезней растений. В работе [2] проведено статистическое моделирование гиперспектральных данных и указано, что такие данные также могут быть обработаны с использованием негауссовых моделей. Согласно [3], гиперспектральные данные обладают значительной избыточностью, и для устранения такой избыточности могут быть использованы методы уменьшения размерности. В работе [4] предложена новая модификация метода максимального правдоподобия, в которой учитывается пространственная корреляция данных. Согласно работе [5], некоторая модификация гауссовского закона распределения плотности вероятности позволяет более четко анализировать пики в масс-спектрометрии. В работе [6] показано, что шумы гиперспектральных данных дистанционного зондирования могут быть значительно ослаблены, если ослабить не только спектральную, но и пространственную корреляцию. В работе [7] предлагается новая модификация метода максимального правдоподобия для анализа гиперспектральных данных, характеризующих качество морской воды. В отличие от критерия максимального правдоподобия, при оценке качества данных по критерию достоверности анализируется влияние шумов, используя такой показатель, как отношение сигнал/шум [8; 9; 10]. Вместе с тем, возможность использования большого количества разнообразных фильтров для уменьшения шумов подчеркивает особую важность качественно различного показателя правдоподобия, учитывающего, главным образом, статистические свойства незашумленного измерительного сигнала.

1. Метод наибольшего правдоподобия

Что касается конкретно самого метода наибольшего правдоподобия, то здесь суть проводимого анализа заключается в следующем. При известном законе распределения плотности вероятности $f(\sigma, a)$, где σ – среднеквадратическое отклонение, a – среднее значение случайной величины ξ, а также при известных реализациях случайной величины ξ_1 и ξ_2 следует оценить параметры распределения σ и a, которые обеспечивали бы максимум функции правдоподобия в виде

$$L(\sigma, a) = \log\left[f(\xi_1, \sigma, a) \cdot f(\xi_2, \sigma, a)\right]. \tag{1}$$

Для решения указанной задачи вычисляются частные производные $L(\sigma, a)$ по σ и a, которые далее приравниваются к нулю

$$\begin{cases} \dfrac{\partial L(\sigma, a)}{\partial \sigma} = 0 \\ \dfrac{\partial L(\sigma, a)}{\partial a} = 0 \end{cases}. \tag{2}$$

Решение системы уравнений (2) позволяет определить оптимальные значения σ и a, при которых $L(\sigma, a)$ достигает максимума.

Отметим, что в общем случае количество рассматриваемых реализаций случайной величины ξ может быть равно любому числу, т.е. можно рассмотреть реализацию (ξ_1, ξ_2,....... ξ_n). Так как в настоящей статье рассматриваются относительные вегетационные индексы *VI*, вычисляемые в виде дроби

$$VI = \frac{A(\lambda_1)}{A(\lambda_2)}, \tag{3}$$

где в числителе и знаменателе стоят мгновенные значения спектра отражения растительности, то в определении (1) мы ограничились двумя множителями.

Далее в настоящей статье вводится на рассмотрение нелогарифмическая функция правдоподобия применительно к случайной величине $\xi(\lambda_i)$; $i=1,2$; где $\xi(\lambda_1)$ и $\xi(\lambda_2)$ имеют единую функцию плотности распределения вероятностей. Отказ от логарифмирования объясняется тем, что, будучи существенно нелинейной функцией, логарифмирование потенциально может исказить намерение оценщика достичь наилучших результатов. Для конкретности изложения далее допускается, что случайные величины $A(\lambda_i)$ подчиняются нормальному закону плотности распределения вероятностей.

2. Предлагаемый метод на основе нелогарифмической функции правдоподобия

Для конкретности рассмотрим наиболее широко распространенный относительный вегетационный индекс [11]

$$\rho = \frac{\xi_{RED}}{\xi_{NIR}}, \tag{4}$$

где в знаменателе и числителе стоят измеренные значения случайной величины ξ, соответственно, в красной зоне спектра и в близком инфракрасном диапазоне. При этом ξ_{NIR} и ξ_{RED} имеют нормальные функции распределения вероятности в виде

$$P(NIR) = \frac{1}{\sigma_{NIR}\sqrt{2\pi}} exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\xi_{NIR}-a_{NIR}}{\sigma_{NIR}}\right)^2\right], \tag{5}$$

$$P(RED) = \frac{1}{\sigma_{RED}\sqrt{2\pi}} exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\xi_{RED}-a_{RED}}{\sigma_{RED}}\right)^2\right]. \tag{6}$$

В предлагаемом варианте задачи достижения максимального правдоподобия процедура решения задачи определяется дополнительно вводимыми условиями:

$$\sigma_{RED} = k_1\sigma_{NIR}, \quad k_1 = const, \tag{7}$$

$$a_{RED} = k_2 a_{NIR}, \quad k_2 = const, \tag{8}$$

где введенные постоянные k_1 и k_2 определяют линейную связь соответственно между среднеквадратическими отклонениями и математическими ожиданиями в красной зоне спектра и в близком инфракрасном диапазоне.

Вводится нелогарифмическая функция правдоподобия

$$L = P(NIR)\cdot P(RED) \tag{9}$$

и требуется при известных значениях k_2, σ_{NIR}, a_{NIR} вычислить такую величину k_1, при которой функция L достигла бы экстремального значения. Для решения вышеуказанной задачи воспользуемся методом анализа производных. С учетом (5)–(9) имеем

$$L = \frac{1}{2\pi\sigma_{NIR}^2 k_1} exp\left\{-\left[\frac{1}{2}\frac{(\xi_{NIR}-a_{NIR})^2}{\sigma_{NIR}^2} + \frac{1}{2}\frac{(\xi_{RED}-k_2 a_{NIR})^2}{k_1^2\sigma_{NIR}^2}\right]\right\}. \tag{10}$$

Вычислив $\dfrac{dL}{dk_1}$ и приравняв полученный результат к нулю, получим

$$(\xi_{RED}-k_2 a_{NIR})^2 = 2k_1^2\sigma_{NIR}^2. \tag{11}$$

Из (11) находим

$$k_1 = \frac{(\xi_{RED}-k_2 a_{NIR})}{\sqrt{2}\sigma_{NIR}}. \tag{12}$$

Вычислив $\dfrac{d^2L}{dk^2}$, легко можно показать, что при решении (12) L достигает минимума. Следовательно, эвристически ясно, что для избежания минимально правдоподобного результата следует избегать оценок k_1, определяемых по выражению (12). Из (12) легко получить следующее условие минимума правдоподобия:

$$\xi_{RED} = a_{RED} + \sqrt{2}\sigma_{RED} \,. \tag{13}$$

Таким образом, на основе вышеприведенного анализа можно заключить, что при принятых условиях (7), (8) правдоподобие результата оценки индекса (4) и вновь введенная нелогарифмическая функция правдоподобия L достигают минимума при условии (13). С учетом вышеизложенного, такая оценка ρ с минимальным правдоподобием будет иметь вид:

$$\rho_{minL} = \frac{a_{RED} + \sqrt{2}\sigma_{RED}}{\xi_{NIR}}, \tag{14}$$

где ξ_{NIR}, как случайная величина, согласно (7) и (8), определяется следующими параметрами:

$$\sigma_{NIR} = \frac{\sigma_{RED}}{k_1}; \tag{15}$$

$$a_{NIR} = \frac{a_{RED}}{k_2}. \tag{16}$$

С учетом (15) и (16) вычислим минимальное правдоподобие, получаемое при условии (12). С учетом (10) и (12) получим

$$L_{min} = \frac{1}{2\pi\sigma_{NIR} \cdot \sigma_{RED}} exp\left\{ -\left[\frac{1}{2} \frac{\left(\xi_{NIR} - a_{NIR}\right)^2}{\sigma_{NIR}^2} + \frac{1}{2\sigma_{NIR}} \right] \right\}. \tag{17}$$

В частном случае, при $\xi_{NIR} = a_{NIR}$ из (17) имеем

$$L_{min} = \frac{1}{2\pi\sigma_{NIR} \cdot \sigma_{RED} \cdot \exp\left(\dfrac{1}{2\sigma_{NIR}}\right)}. \tag{18}$$

Таким образом, при соответствующих принятых условиях правдоподобие относительного вегетационного индекса не может быть ниже, чем оценки (17) и (18).

Заключение

Таким образом, сформулирована и решена задача вычисления правдоподобия оценок относительных вегетационных индексов в условиях, когда используемые спектральные оценки имеют единую функцию распределения вероятностей, а соответствующие вероятностные показатели этих оценок жестко связаны между собой. Введена на рассмотрение нелогарифмическая функция правдоподобия применительно к относительным вегетационным индексам, спектральные оценки в которых имеют нормальный закон распределения. Определено, что вновь введенная функция правдоподобия указанных спектральных оценок, рассматриваемых в качестве случайных величин с известными математическими ожиданиями, имеет характерный минимум при некотором значении коэффициента связи между среднеквадратическим отклонением используемых спектральных оценок.

Список литературы

1. *Terentev A., Dolzhenko V., Fedotov A., Eremenko D.* Current state of hyperspectral remote sensing for early plant disease detection: a review // Sensors. – 2022. – Vol. 22, No. 3 (757). – DOI org/10.3390/s22030757.

2. *Acito N., Corsini G., Diani M.* Statistical analysis of hyperspectral data: a non-gaussian approach // Hindawi Publishing Corporation EURASIP journal on advences in signal processing. – 2007. – Art. No. 27673. – P. 10. – DOI 10.1155/2007/27673.

3. *Rana A., Saha A., Garg P., Tomar S.* Hyperspectral remote sensing data analysis using dimensionality reduction techniques [Электронный ресурс] // 18th Esri India User Conference (Delhi, December 13–14. 2017). – URL: https://www.researchgate.net/publication/322095495_Hyperspectral_Remote_Sensing_Data_Analysis_using_Dimensionality_Reduction_Techniques (дата обращения: 13.06.2022).

4. *Uss M., Lukin V., Chehdi K., Vozel B.* Maximum likelihood estimation of spatially correlated signal-dependent noise in hyperspectral images // Optical Engineering. – 2012. – Vol. 51, No 11. – P. 111712.
5. *Purushothaman S., Andres S., Bergmann J., Dickel T., Ebert J., Geissel H., Hornung C., Plab W., Rappold C., Scheidenberger C., Tanaka Y., Yavor M.* Hyper-EMG: a new probability distribution function composed of exponentially modified gaussian distributions to analyze asymmetric peak shapes in high-resuation time-of-flight mass spectrometry // International journal of mass spectrometry. – 2017. – P. 1–12.
6. *Xu D., Sun L., Luo J.* Noise estimation of hyperspectral remote sensing image based on multiple linear regression and wavelet transform // Boletim de geodesicas. – 2013. – Vol. 19, No 4. – P. 639–652. – ISSN 1982-2170.
7. *Jay S., Guillaume M.* A novel maximum likelihood based method for mapping depth and water quality from hyperspectral remote-sensing data // Remote Sensing of Environment. – 2014. – Vol. 147. – P. 121–132.
8. *Moses W., Bowles J., Lucke R., Corson M.* Impact of signal-to-noise ratio in a hyperspectral sensor on the accuracy of biophysical parameter estimation in case II waters [Электронный ресурс]. – URL: https://www.opg.optica.org/oe/fulltext.cfm?uri=oe-20-4-4309&id=227492 (дата обращения: 13.06.2022).
9. *Dash J., Lankester T., Hubbard S., Curran P.* Signal-to-noise ratio for MNCI and NDVI nime series data // Proc of 2nd MERIS. (A) ATSR user workshop (Frascati, 22–26 September. 2008.) – URL: https://www.eprints.soton.ac.uk/79696/ (дата обращения: 13.07.2022).
10. *Ji L.,* Zhang L., *Rover J., Wylie B., Chen X.* Geostatistical estimation of signal-to-noise ratios for spectral vegetation indices // ISPRS journal of photogrammetry and remote sensing. – 2014. – Vol. 96. – P. 20–27.
11. *Pearson R.L., Miller L.D.* Remote mapping of standing crop biomass for estimation of the productivity of thr shortgrass prairie // Remote Sensing of Environment. – 1972. – Vol. 8. – P. 1355.

References

1. *Terentev A., Dolzhenko V., Fedotov A., Eremenko D.* Current state of hyperspectral remote sensing for early plant disease detection: a review // Sensors. – 2022. – Vol. 22, No. 3 (757). – DOI org/10.3390/s22030757.
2. *Acito N., Corsini G., Diani M.* Statistical analysis of hyperspectral data: a non-gaussian approach // Hindawi Publishing Corporation EURASIP journal on advences in signal processing. – 2007. – Art. No. 27673. – P. 10. – DOI 10.1155/2007/27673.
3. *Rana A., Saha A., Garg P., Tomar S.* Hyperspectral remote sensing data analysis using dimensionality reduction techniques [Elektronnyj resurs] // 18th Esri India User Conference (Delhi, December 13–14. 2017). – URL: https://www.researchgate.net/publication/322095495_Hyperspectral_Remote_Sensing_Data_Analysis_using_Dimensionality_Reduction_Techniques (data obrashcheniya: 13.06.2022).
4. *Uss M., Lukin V., Chehdi K., Vozel B.* Maximum likelihood estimation of spatially correlated signal-dependent noise in hyperspectral images // Optical Engineering. – 2012. – Vol. 51, No 11. – P. 111712.
5. *Purushothaman S., Andres S., Bergmann J., Dickel T., Ebert J., Geissel H., Hornung C., Plab W., Rappold C., Scheidenberger C., Tanaka Y., Yavor M.* Hyper-EMG: a new probability distribution function composed of exponentially modified gaussian distributions to analyze asymmetric peak shapes in high-resuation time-of-flight mass spectrometry // International journal of mass spectrometry. – 2017. – P. 1–12.
6. *Xu D., Sun L., Luo J.* Noise estimation of hyperspectral remote sensing image based on multiple linear regression and wavelet transform // Boletim de geodesicas. – 2013. – Vol. 19, No 4. – P. 639–652. – ISSN 1982-2170.
7. *Jay S., Guillaume M.* A novel maximum likelihood based method for mapping depth and water quality from hyperspectral remote-sensing data // Remote Sensing of Environment. – 2014. – Vol. 147. – P. 121–132.
8. *Moses W., Bowles J., Lucke R., Corson M.* Impact of signal-to-noise ratio in a hyperspectral sensor on the accuracy of biophysical parameter estimation in case II waters [Elektronnyj resurs]. – URL: https://www.opg.optica.org/oe/fulltext.cfm?uri=oe-20-4-4309&id=227492 (data obrashcheniya: 13.06.2022).
9. *Dash J., Lankester T., Hubbard S., Curran P.* Signal-to-noise ratio for MNCI and NDVI nime series data // Proc of 2nd MERIS. (A) ATSR user workshop (Frascati, 22–26 September. 2008.) – URL: https://www.eprints.soton.ac.uk/79696/ (data obrashcheniya: 13.07.2022).
10. *Ji L., Zhang L., Rover J., Wylie B., Chen X.* Geostatistical estimation of signal-to-noise ratios for spectral vegetation indices // ISPRS journal of photogrammetry and remote sensing. – 2014. – Vol. 96. – P. 20–27.
11. *Pearson R.L., Miller L.D.* Remote mapping of standing crop biomass for estimation of the productivity of thr shortgrass prairie // Remote Sensing of Environment. – 1972. – Vol. 8. – P. 1355.