Modeling of the electric drive for spacecrafts with variable structure

***Roman Vitalievich Esin**, postgraduate*

This work is directed to the problem of creating a simulation system with variable structure for multi-component technical objects on the example of the drive for spacecrafts. The paper presents the concept of modeling systems with variable structure, as well as mathematical models with varying degrees of detail to resolve conflicts "accuracy - speed."

Keywords – modeling system, variable structure, motor, s-model.

УДК 532.529.2:51-73

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРНОГО ВРЕМЕНИ РАЗДЕЛЕНИЯ БИНАРНОЙ СМЕСИ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ТЕРМОДИФФУЗИОННОЙ КОЛОННЕ

***Козлова Софья Владимировна**, аспирант*
Тел.: 8 391 290 5134, e-mail: sonique@icm.krasn.ru
***Рыжков Илья Игоревич**, д.ф.-м.н., в.н.с.*
Тел.: 8 391 290 7528, e-mail: rii@icm.krasn.ru
Институт Вычислительного моделирования СО РАН
http://icm.krasn.ru
Сибирский Федеральный университет,
http://www.sfu-kras.ru

Грант РФФИ № 15-01-03293
Грант РФФИ № 16-31-00331

В данной работе рассмотрен нестационарный процесс разделения бинарной смеси в цилиндрической термодиффузионной колонне, для которого определена зависимость времени установления стационарного процесса от отношения радиусов цилиндров. При отношении радиусов, близком к единице, значение времени соответствует случаю плоской колонны.

Ключевые слова: многокомпонентная смесь, тепломассоперенос, диффузия, термодиффузия, термодиффузионная колонна, нестационарная задача, характерное время.

С.В. Козлова

И.И. Рыжков

Термодиффузия, или эффект Соре, это явление переноса массы в смеси, которое приводит к перераспределению концентрации ее компонентов под действием градиента температуры [1]. Данное явление играет важную роль во многих природных и технологических процессах: распределение углеводородов в углеродных месторождениях [2], транспорт веществ через клеточные мембраны [3], разделение изотопов в жидких и газовых смесях [4] и т. д.

Для описания переноса массы с помощью термодиффузии, необходимо знать коэффициенты переноса (диффузии и термодиффузии). Термодиффузионная колонна – это специальная установка, которая позволяет экспериментально измерять коэффициенты термодиффузии. Колонна представляет собой вертикальный слой между твердыми стенками (плоскими поверхностями или концентрическими цилиндрами), поддерживаемыми при различных температурах. Данная установка применяется для разделения газовых и жидких смесей под действием градиента температуры и в настоящее время является полезным инструментом для исследования термодиффузии.

Теория плоской колонны была обобщена на случай многокомпонентной смеси в работах [5;6]. Нестационарное разделение многокомпонентной смеси в плоской колонне было исследовано в работе [7]. Стационарное разделение многокомпонентной смеси в слое между концентрическими цилиндрами исследовано в работе [8].

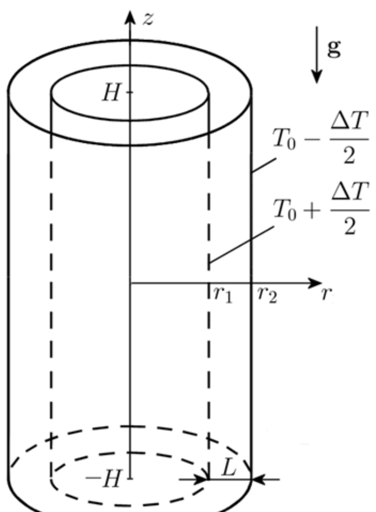

Рис. 1. Схема цилиндрической колонны

Диффузионный поток и уравнение сохранения массы для бинарной смеси

В данной работе рассмотрен нестационарный процесс разделения бинарной смеси в замкнутой цилиндрической термодиффузионной колонне. Колонна (рис. 1) высотой $2H$ состоит из двух коаксиальных цилиндров с непроницаемыми стенками, радиусы которых равны r_1 и r_2, $r_2 > r_1$. В зазор между цилиндрами шириной $r_2 - r_1 = L$ помещена бинарная смесь с массовой концентрацией растворенного компонента C. Стенки колонны поддерживаются при различных постоянных температурах, при этом внутренний цилиндр является нагретым. Полагая отношение $2H/L$ порядка 10^2 или более, примем, что конвективное течение, возникающее под действием горизонтального градиента температуры T, строго вертикально (кроме небольших областей вверху и внизу колонны, которыми мы пренебрегаем). Поэтому скорость конвективного течения имеет вид $\vec{V} = \vec{V}(0,0,w(r))$. На стенках зададим условие прилипания и отсутствия потока компонентов.

Поток массы растворенного компонента в колонне складывается из диффузионного и термодиффузионного потоков:

$$\vec{J} = -\rho(D\nabla C + D_T \nabla T),$$

где D и D_T − коэффициенты диффузии и термодиффузии соответственно. Уравнение баланса массы, можно представить с помощью полной производной $d/dt = \partial/\partial t + w\partial/\partial z$ следующим образом

$$\rho \frac{dC}{dt} = -\nabla \cdot \vec{J}. \tag{1}$$

Введем цилиндрические координаты (r, φ, z). Характерные времена установления разделения смеси в горизонтальном и вертикальном направлениях равны соответственно

$$\tau_L = \frac{L^2}{D}, \quad \tau_H = \frac{4H^2}{D}.$$

Поскольку $2H/L \geq 100$, установление стационарного режима вдоль направления r происходит $\sim 10^4$ раз быстрее, чем вдоль оси z. Предположим, что процесс разделения квазистационарный, то есть производная $\partial C/\partial t$ пренебрежимо мала, и установление вертикального градиента концентрации происходит достаточно медленно. Введем среднее по сечению значение градиента концентрации

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial z}(t,z)=\frac{1}{\pi(r_2^2-r_1^2)}\int_0^{2\pi}\int_{r_1}^{r_2}\frac{\partial C}{\partial z}rdrd\varphi \tag{2}$$

Вычислим полный поток массы компонента через поперечное сечение колонны

$$J_z=\rho\int_0^{2\pi}\int_{r_1}^{r_2}\left(wC-D\frac{\partial C}{\partial z}\right)rdrd\varphi\,. \tag{3}$$

Применяя функцию тока

$$w(r)=-\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r},\quad \psi(r_1)=\psi(r_2)=0$$

и выражение для градиента температуры $\nabla T=1/r\ln\delta$ из [9], для (3) получим [10]:

$$J_z=2\pi\rho\left(\frac{D}{D_T}K_L-\left(\frac{K_C}{D}+\frac{D}{2}(r_2^2-r_1^2)\right)\frac{\partial\overline{C}}{\partial z}\right), \tag{4}$$

где $K_L=-\dfrac{\Delta T}{\ln\delta}\displaystyle\int_{r_1}^{r_2}\frac{\psi}{r}dr,\ K_C=\int_{r_1}^{r_2}\frac{\psi^2}{r}dr$.

Основное уравнение нестационарного разделения смеси выведем, приравняв производную по времени от средней по сечению концентрации $\overline{C}$ к дивергенции потока из выражения (4)

$$\frac{\partial\overline{C}}{\partial t}=\left(\frac{2K_C}{D(r_2^2-r_1^2)}+D\right)\frac{\partial^2\overline{C}}{\partial z^2}. \tag{5}$$

Определение характеристического времени

Введя безразмерную радиальную переменную r' с помощью равенства $r=r'L$ и выразив граничные значения с помощью параметра $\delta=r_1/r_2$ как $r_1'=\delta(1-\delta)^{-1}$, $r_2'=(1-\delta)^{-1}$ (где $L=r_2-r_1$), определим с помощью уравнения (5) характерное время:

$$t_c'=4H^2\left(\frac{2K_C}{D(r_2^2-r_1^2)}+D\right)^{-1},\ \Rightarrow\ t_c=4H^2\left(\frac{2K_C}{DL^2}\left(\frac{1-\delta}{1+\delta}\right)+D\right)^{-1}. \tag{6}$$

Определим функциональную зависимость характеристического времени t_c от отношения радиусов цилиндров δ. Рассмотрим случай, когда можно пренебречь изменением плотности смеси при изменении концентрации [9]. Функция тока для данного случая имеет вид

$$\psi=\mathrm{Gr}L\nu\left(\left(\frac{1}{16}\frac{\ln(r/L)}{\ln\delta}-\frac{5}{64\ln\delta}\right)\left(\frac{r}{L}\right)^4+c_1\left(\frac{r}{L}\right)^4+c_2\left(\frac{r}{L}\right)^2\ln\left(\frac{r}{L}\right)+(c_3+c_4)\left(\frac{r}{L}\right)^2+c_5\right),$$

где константы c_i зависят от δ [9], число Грасгофа $\mathrm{Gr}=g\beta_T\Delta TL^3/\nu^2$, $g=9.8$ м/с^2 – ускорение свободного падения. В качестве примера рассмотрим смесь этанол – вода с массовой долей этанола 0.1, которая характеризуется следующими значениями физических параметров [11]: $\beta_T=0.319\cdot10^{-3}\ 1/K$ – коэффициент объемного теплового расширения, $\nu=1.355\cdot10^{-6}$ м^2/с – кинематическая вязкость, $D=9.483\cdot10^{-10}$ м^2/с – коэффициент диффузии. Параметры колонны: $L = 0.002$ м, $H = 0.25$ м. Зависимость t_c от отношения радиусов цилиндров δ приведена на рис. 1 для двух значений разности температуры между стенками: (a) $\Delta T = 1$ K и (b) $\Delta T = 4$ K. Как видно из рисунка, при возрастании отношения радиусов величина характеристического времени убывает. При $\delta \to 1$ предельное значение (6) в точности соответствует случаю плоской колонны для обоих значений ΔT.

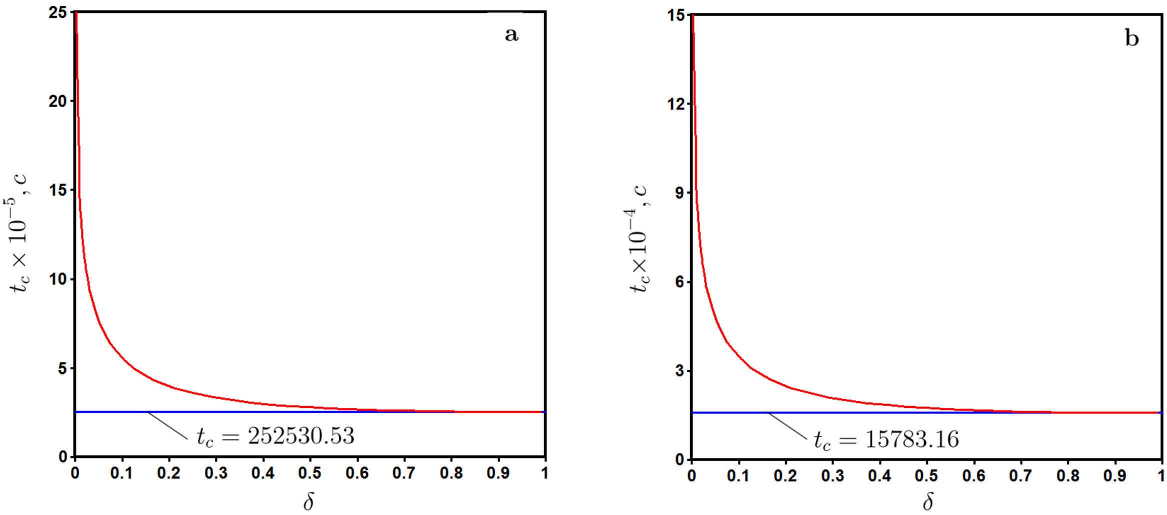

Рис. 2. Зависимость характеристического времени от отношения радиусов цилиндров δ (красная линия) для рассмотренного примера при (a) $\Delta T = 1$ К и (b) $\Delta T = 4$ К.. Синей линией показано значение времени для случая плоской колонны

Заключение

Авторы считают, что в данной работе были получены следующие важные результаты:

1. Получено выражение для характерного времени установления стационарного режима в цилиндрической термодиффузионной колонне для бинарной смеси. Полученное выражение содержит зависимость от отношения радиусов цилиндров, что позволяет описать характер течения нестационарного процесса при изменении формы колонны.

2. Построенная зависимость характерного времени от отношения радиусов цилиндров δ проиллюстрирована с помощью примера смеси этанол – вода для случая пренебрежимо малого влияния изменения концентрации этанола на изменение плотности смеси. Выявлено, что при $\delta \to 1$ результат соответствует случаю плоской колонны.

Данная работа является первым этапом в изучении нестационарного разделения бинарных и, в дальнейшем, многокомпонентных смесей в цилиндрической термодиффузионной колонне. Продолжение проведенных в работе исследований позволит обобщить теоретические сведения и экспериментальные результаты в области диффузии и термодиффузии в многокомпонентных смесях.

Литература

1. *Wiegan S.* Thermal diffusion in liquid mixtures and polymer solutions. Journal of Physics: Condensed Matter, 2004. V. 16, P. 357-379.

2. *Ghorayeb K., Firoozabadi A.A.* Modelling multicomponent diffusion and convection in porous media. // SPEJ, 2000. V. 5, 158–171.

3. *Bonner F.J., Sundelöf L.O.* Thermal diffusion as a mechanism for biological transport. // Z. Naturforsch. C., 1984. V. 39, N 6, P. 656–661.

4. *Jones R.C., Furry W.H.* The separation of isotopes by thermal diffusion. Rev. Mod. // Phys., 1946. V. 18, P. 151–224.

5. *Haugen K., Firoozabadi A.* On measurement of thermal diffusion coefficients in multicomponent mixtures. J. Chem. Phys., 2005. V. 122, 014516.

6. *Ryzhkov I.I., Shevtsova V.M.* On thermal diffusion and convection in multicomponent

mixtures with application to the thermogravitational column. Physics of Fluids, 2007. V. 19, 027101.

7. *Haugen K., Firoozabadi A.* Transient separation of multicomponent liquid mixtures in thermogravitational columns. // J. Chem. Phys., 2007. V. 127, 154507.

8. *Kozlova S.V., Ryzhkov I.I.* On the separation of multicomponent mixtures in a cylindrical thermogravitational column. // Journal of Chemical Physics (submitted to the journal).

9. *Козлова С.В*. Исследование термодиффузионного разделения многокомпонентных смесей в цилиндрической колонне, научный журнал «Молодой ученый» №11(91), июнь-1 2015 г.

10. *Haugen K., Firoozabadi A.* On the unsteady-state species separation of a binary liquid mixture in a rectangular thermogravitational column. // J. Chem. Phys., 2006. V. 124, 054502.

11. *Рыжков И.И.* Термодиффузия в смесях: уравнения, симметрии, решения и их устойчивость. Новосибирск: Издательство СО РАН, 2013. 200 с.

Detemination of the characteristic time of a binary mixture separation in a cylindrical thermogravitational column

Kozlova Sofya Vladimirovna, *PhD student*

Ryzhkov Ilya Igorevich, *Prof., Leading researcher*
Institute of Computational Modeling SB RAS
Siberian Federal University

In this paper, the unsteady-state binary mixture separation in a cylindrical thermogravitational column is considered. For this process, the dependence of the characteristic time of establishing the steady-state separation on the ratio of the cylinders radii is obtained. When the ratio is close to unity, the characteristic time corresponds to that of a flat-plate column.

Keywords: multicomponent mixture, heat and mass transfer, diffusion, thermal diffusion, thermogravitational column, unsteady-state problem, characteristic time.

УДК 519.6

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ МНОГОЧАСТИЧНЫХ АНСАМБЛЕЙ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ КИНЕТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Мария Андреевна Коротченко, *к.ф.-м.н., научный сотрудник*
Тел.: 8 383 330 7721, e-mail: kmaria@osmf.sscc.ru
Александр Васильевич Бурмистров, *к.ф.-м.н., научный сотрудник*
Тел.: 8 383 330 7756, e-mail: burm@osmf.sscc.ru
Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН
www.sscc.ru
Новосибирский государственный университет
www.nsu.ru

Для решения ряда задач, не обязательно связанных с динамикой разреженного газа, но описываемых кинетическими уравнениями типа Больцмана, предлагается использовать аппарат интегральных уравнений второго рода и весовое моделирование цепей Маркова, которые однозначно определяются коэффициентами этих уравнений.

Ключевые слова: метод Монте-Карло, парные взаимодействия, автотранспортный поток, уравнение коагуляции, формирование цены