УДК 372.853 DOI 10.21777/2500-2112-2025-4-106-116

МЕТОДИКО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ «ПАРАДОКСА БЛИЗНЕЦОВ» СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ НА ОСНОВЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ЛОРЕНЦА

Кубова Разия Махмудовна[1],
канд. физ.-мат. наук, доцент,
e-mail: rkubova@mgutm.ru

Кубов Владимир Ильич[1],
канд. физ.-мат. наук, доцент,
e-mail: kvi@mksat.net

[1]Московский государственный университет технологий и управления имени К.Г. Разумовского (ПКУ), г. Москва, Россия

Статья посвящена рассмотрению одного из наиболее известных концептуальных примеров специальной теории относительности, так называемого «парадокса близнецов», в рамках образовательной технологии. Интерпретация данного парадокса рассматривается на основе последовательного применения преобразований Лоренца в системе, включающей три объекта (часы), что позволяет обойти использование неинерциальных систем отсчёта. Один объект условно неподвижный, и два, которые двигаются с одинаковыми скоростями, но во взаимно противоположных направлениях. Все они действуют в инерциальных системах. Эффект замедления неподвижных часов проявляется как результат сверки (синхронизации) трех событий. Использование виртуального переноса часов и введение трёх объектов вместо двух позволяют наглядно показать ключевой момент – относительность одновременности, являющуюся корнем парадокса. Рассмотренный подход можно использовать для лучшего понимания эффектов специальной теории относительности Эйнштейна, в частности релятивистской синхронизации, сокращения длины и замедления времени. Работа может эффективно использоваться в учебном процессе.

Ключевые слова: специальная теория относительности, преобразования Лоренца, парадокс близнецов, инерциальная система, релятивистские объекты, пространственные координаты, временные координаты

METHODOLOGICAL AND EDUCATIONAL STUDY OF THE “TWIN PARADOX” IN SPECIAL RELATIVITY BASED ON LORENTZ TRANSFORMATIONS

Kubova R.M.[1],
candidate of physical and mathematical sciences, associate professor,
e-mail: rkubova@mgutm.ru

Kubov V.I.[1],
candidate of physical and mathematical sciences, associate professor,
e-mail: kvi@mksat.net

[1]K.G. Razumovsky Moscow State University of Technologies and Management (the First Cossack University), Moscow, Russia

The article describes one of the most well-known conceptual examples of special relativity, the so-called “twin paradox”, within the context of educational technology. The paradox is interpreted through the sequential application of Lorentz transformations in a system containing three objects (clocks), thereby circumventing the use of non-inertial reference frames. One object is conventionally stationary, and two move at equal speeds but in opposite directions. All operate in inertial frames. The slowing effect of the stationary clocks manifests itself as a result of the verification (synchronization) of the three events. The use of a virtual clock transfer and the *introduction of three objects instead of two clearly demonstrates the key point—the relativity of simultaneity, which is the root of the paradox. This approach can be used to better understand the effects of Einstein's special relativity, in particular relativistic synchronization, length contraction, and time dilation. This work can be effectively used in the educational process.*

Keywords: special relativity, Lorentz transformations, twin paradox, inertial system, relativistic objects, spatial coordinates, time coordinates

Введение

Преобразования Лоренца используются для описания деформаций пространства-времени при движении релятивистских объектов в специальной теории относительности Эйнштейна [1–3]. Эти уравнения имеют достаточно простой вид, но их аккуратное применение сопряжено со значительными, часто не очевидными, трудностями.

В конкретных вычислениях наибольшие проблемы вызывают множественные переходы от одной системы координат к другой, и обратные переходы. Кроме того, не следует упускать из виду необходимость взаимной привязки – синхронизации – разных систем во времени и пространстве. В частности, синхронизация возможна только для события в одной и той же точке пространства. При этом пространственные и временные координаты этого события для каждой из систем отсчета могут отличаться. Все это необходимо учитывать при расчетах деформаций пространства-времени при движении релятивистских объектов.

И если в простейшем случае для расчетов времени и координат объекта надо задать только три параметра (скорость, время, продольная координата), то с учетом необходимости дополнительной привязки к другой системе отсчета (синхронизации) надо задать еще четыре параметра для описания времен и координат события синхронизации в обеих системах. Таким образом, имеем на входе 7 параметров, а на выходе 2 параметра (время, продольная координата).

Напомним суть парадокса «близнецов». Один из близнецов отправляется в космическое путешествие и по возвращении обнаруживает, что его близнец, остававшийся на месте, постарел сильнее. Хотя при взаимном относительном движении оба близнеца отмечали замедление хода часов на своей системе, но в результате время у путешественника замедлилось сильнее.

Наиболее распространенное объяснение парадокса основывается на том, что систему путешественника нельзя считать инерциальной. Поэтому преобразования Лоренца для оценок изменений времени путешественником неприменимы. Но такое объяснение оставляет чувство некой неполноты.

Более новая и более последовательная версия объяснения парадокса «близнецов» основывается на эффекте Доплера[1].

По мнению авторов, незаслуженно обходятся вниманием объяснения, основанные на последовательном применении преобразований Лоренца [4–6] для системы, состоящей не из двух, а из трех объектов – часов. Один, условно неподвижный, и два, которые двигаются с одинаковыми скоростями, но во взаимно противоположных направлениях. При этом все системы являются инерциальными, и к ним применимы методы специальной теории относительности. Эффект замедления неподвижных часов проявляется как результат сверки (синхронизации) трех событий.

Актуальность работы обусловлена непрекращающимися поисками наиболее простых и доходчивых методик пояснения эффектов специальной теории относительности в учебном процессе [7–10].

Целью исследования является разработка методического подхода для наглядной демонстрации механизмов работы преобразований Лоренца и глубинных причин возникновения «парадокса близнецов», позволяющего обойтись без обращения к неинерциальным системам при изучении релятивистского движения в специальной теории относительности.

Основными методами исследования являются аналитический анализ и численный эксперимент.

[1] *Орир Дж.* Физика: учебник / пер. с англ. и науч. редактура Ю.Г. Рудого и А.В. Беркова. – Москва: КДУ, 2010. – С. 149.

1. Описание алгоритма и результатов расчета

1.1. Преобразования Лоренца

В простейшей форме одномерного движения с постоянной скоростью u вдоль оси x преобразования Лоренца приобретают вид (см. например[2], или[3]):

$$t' = \frac{t - u \cdot x / c^2}{\sqrt{1 - (u/c)^2}}; \; x' = \frac{x - u \cdot t}{\sqrt{1 - (u/c)^2}}. \tag{1}$$

Здесь осуществляется переход от времени t и координат x в условно неподвижной системе координат к времени t' и координатам x' в двигающейся системе. Символ c соответствует скорости света, $c = 3 \cdot 10^8 m/s$.

Для численных примеров удобнее перейти к световым единицам. При этом расстояние будет измеряться в световых секундах (1 световая секунда = $3 \cdot 10^8$m). Соответственно, скорость будет выражаться в относительных единицах – в долях скорости света $v = u/c$. В этих единицах система уравнений (1) заметно упрощается:

$$t' = \frac{t - v \cdot x}{\sqrt{1 - v^2}}; \; x' = \frac{x - v \cdot t}{\sqrt{1 - v^2}}.$$

Для простоты далее будем рассматривать только одну, продольную координату в направлении движения. Будем обозначать координаты события в разных системах парами чисел – координатами (x_0, t_0) – расстояние и время в условно неподвижной системе, и (x_1, t_1) – координаты того же события в системе, движущейся относительно другой.

Далее, обозначим событие синхронизации координатами (x_{0S}, t_{0S}) – расстояние и время в условно неподвижной системе, и (x_{1S}, t_{1S}) – координаты того же события синхронизации в системе, движущейся относительно другой. Отметим, что событие синхронизации (например, взрыв) происходит одномоментно, в точке, общей и для неподвижной, и для движущейся систем.

Соответствующие преобразования приобретают вид:

$$\Delta x_0 = x_0 - x_{0S}; \; \Delta t_0 = t_0 - t_{0S};$$
$$\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2};$$
$$\Delta t_1 = (\Delta t_0 - v \cdot \Delta x_0) \cdot \gamma; \; \Delta x_1 = (\Delta x_0 - v \cdot \Delta t_0) \cdot \gamma;$$
$$x_1 = x_{1S} + \Delta x_1; \; t_1 = t_{1S} + \Delta t_1.$$

Эти преобразования продемонстрированы на примере реализации алгоритма в среде VBA Excel. Приведенный алгоритм преобразования Лоренца отражает математические правила, которые описывают, как измеряются время и расстояние в разных системах отсчета, движущихся друг относительно друга с большой скоростью.

1.2. Процедура вычислений в среде VBA Excel

Ниже приводится последовательность выполнения операций для определения параметров точки в движущейся системе.

Программный код:

```
Function Lorentz (v, x0s, t0s, x1s, t1s, x0, t0) As Variant
    dx0 = x0 – x0S: dt0 = t0 – t0s
    g = 1 / (1 – v ^ 2) ^ 0.5
    dx1 = (dx0 – v * dt0) * g
    dt1 = (dt0 – v * dx0) * g
    x1 = x1s + dx1: t1 = t1s + dt1
    Dim x1t1(1 To 2)
    x1t1(1) = x1: x1t1(2) = t1
    Lorentz = x1t1
End Function
```

[2] *Орир Дж.* Физика: учебник / пер. с англ. и науч. редактура Ю.Г. Рудого и А.В. Беркова. – Москва: КДУ, 2010. – С. 145.
[3] *Фейнман Р.* Дюжина лекций: шесть попроще и шесть посложнее. – Москва: Лаборатория знаний, 2024. – С. 222.

Входные параметры программного кода:

v – скорость (в единицах скорости света) относительно неподвижной системы.

Параметры точки синхронизации:

x0s, **t**0s – положение (в световых единицах) и время в неподвижной системе;

x1s, **t**1s – положение и время в движущейся системе.

Параметры точки в неподвижной системе:

x0, **t**0 – положение и время в неподвижной системе.

Результат (массив из двух значений в смежных ячейках таблицы).

Параметры точки в движущейся системе:

x1, **t**1 – положение и время в движущейся системе.

Примечание. Для активизации функции для нескольких ячеек необходимо выделить ячейки для результата и нажать комбинацию клавиш Ctrl+Shift+Enter.

1.3. Результаты расчетов

Ниже приведены расчеты для конкретного случая $\gamma = 1/\sqrt{1-(u/c)^2} \approx 2$ – замедление времени и сжатие длины примерно в 2 раза. Для этого принимаем $(u/c)^2 = 0.75$ или $v \approx 0.866 \cdot c$.

В таблице 1 и на рисунке 1 приведены результаты расчетов изменений времени и дальности в двигающихся системах относительно условно неподвижной системы. Представлены значения для двух направлений движений – положительное и отрицательное значение скорости.

Расчеты выполнены для трех точек неподвижной системы координат – A, O, B. Точки A и B равноудаленные от центральной точки O. Часы во всех системах синхронизированы в центральной точке O. Расчеты выполнены в момент времени $t_0 = 0$ неподвижной системы.

Таблица 1 – Преобразования по дальности относительно неподвижной системы

Синхронизация в точке O: x_{0S}= 0.0; t_{0S}= 0.0; x_{1S}= 0.0; t_{1S}= 0.0.										
u/c	**t_0**	Точка A			Точка O			Точка B		
		x_0	**x_1**	**t_1**	**x_0**	**x_1**	**t_1**	**x_0**	**x_1**	**t_1**
0.866	0.000	-1.000	-2.000	1.732	0.000	0.000	0.000	1.000	2.000	-1.732
-0.866	0.000	-1.000	-2.000	-1.732	0.000	0.000	0.000	1.000	2.000	1.732

u/c – скорость в долях скорости света;

(x_0, t_0) – расстояние и время в условно неподвижной системе;

(x_1, t_1) – координаты того же события в системе, движущейся относительно другой;

событие синхронизации:

(x_{0S}, t_{0S}) – расстояние и время в условно неподвижной системе;

(x_{1S}, t_{1S}) – координаты того же события синхронизации в системе, движущейся относительно другой системы.

Чтобы облегчить восприятие часов в движущейся системе, связанной с кораблем, можно представить не один корабль, а длинную эскадру движущихся кораблей с часами, растянувшуюся вдоль всего маршрута. На всех следующих рисунках показано то время, которое бы видели наблюдатели, расположенные рядом с часами. На рисунках значения времени округлены до 0.1s.

В центре рисунка 1 показана условно неподвижная система. В верхней части рисунка эскадра кораблей движется направо – от A к B, а в нижней – в противоположном направлении – от B к A. В соответствии с лоренцевским сокращением длины масштабы длины в движущихся системах сжаты.

На рисунке 1 показано, что в движущейся системе часы, расположенные по направлению к точке, к которой двигаются корабли, показывают прошлое (отрицательные значения времени). А часы в точке, от которой корабли удаляются – будущее (положительные значения времени).

Парадоксальность эффекта «перекоса» времени заметнее всего проявляется, если мы будем рассматривать его в системах, привязанных к движущимся кораблям (рисунок 2).

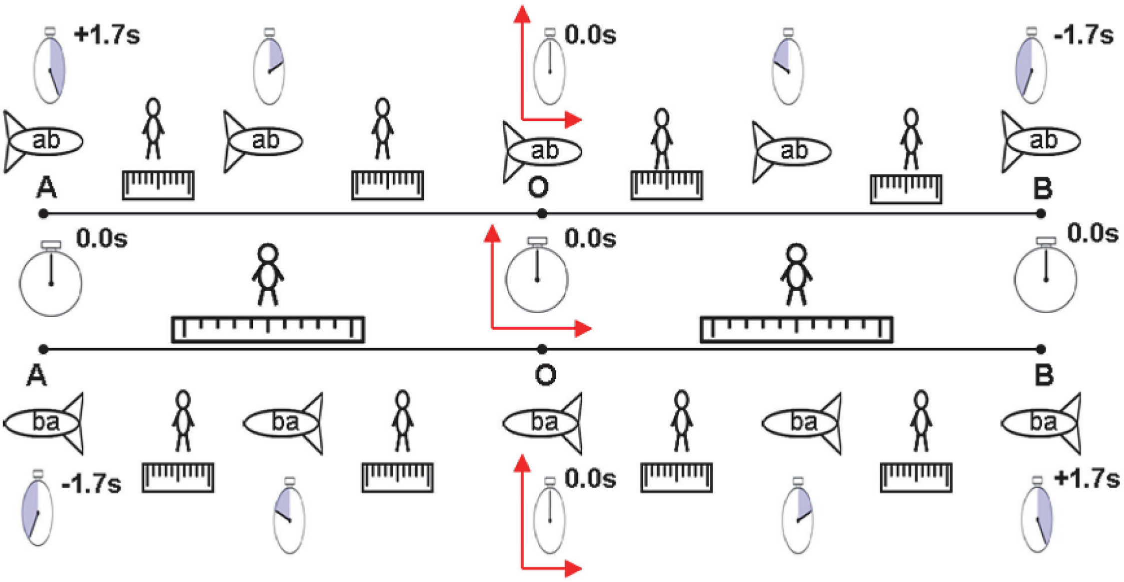
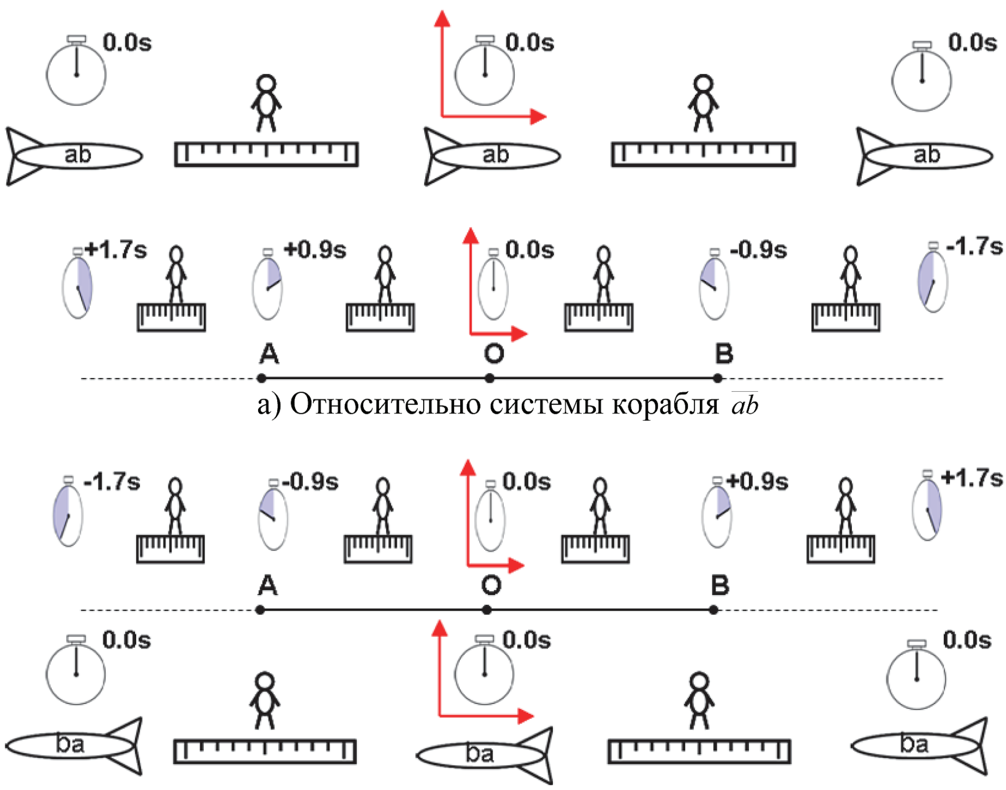


Рисунок 1 – Изменение масштабов и времени в движущихся системах относительно неподвижной системы



а) Относительно системы корабля $\overline{ab}$

b) Относительно системы корабля $\overline{ba}$.

Рисунок 2 – Изменение масштабов и «перекос» времени неподвижной системы относительно двигающихся систем кораблей

Данные для построения рисунка 2 можно взять из таблицы 1. Только теперь надо считать, что система координат корабля неподвижна, а мимо корабля перемещается система точек A, O, B.

Здесь, как и на рисунке 1, часы, расположенные по направлению к сближающимся точкам, отстают – показывают прошлое, а часы в отдаляющихся точках торопятся – показывают будущее. То есть одни и те же точки условно неподвижной системы находятся в прошлом или будущем, в зависимости от направления движения системы наблюдателя.

Казалось бы, можно было бы передать информацию из будущего в прошлое, транзитом через две системы, двигающиеся во встречных направлениях. Но если учесть конечное время распространения сигнала от удаленной точки до точки с наблюдателем, то эффект исчезает.

Следует особо отметить, что неподвижный наблюдатель в точке O и наблюдатель на корабле в точке O будут видеть не время, отмеченное на часах в точках A и B, а время, большее на время запаздывания распространения сигнала от удаленной точки до наблюдателя. Напомним, что на рисунках показано время, которое бы видели наблюдатели, расположенные рядом с часами.

2. Модель для описания «парадокса близнецов»

Итак, у нас есть трое часов. Одни, условно неподвижные, в точке A, и еще двое часов на двух космических кораблях, двигающихся с постоянной скоростью навстречу друг другу, пролетающих мимо точек A и B – рисунок 1. Корабли двигаются с одинаковыми скоростями, но во взаимно противоположных направлениях. Корабль $\overline{ab}$ двигается по направлению от точки A к точке B, а корабль $\overline{ba}$ – от точки B к точке A.

В момент, когда корабль $\overline{ab}$ пролетает мимо точки A, его часы синхронизируются с неподвижными часами в точке A. Часы виртуально перемещаются на корабль.

Корабли $\overline{ab}$ и $\overline{ba}$ встречаются в точке B, и часы корабля $\overline{ba}$ устанавливаются (синхронизируются) по часам корабля $\overline{ab}$. Часы виртуально перемещаются с одного корабля на другой. В момент, когда корабль $\overline{ba}$ пролетает мимо точки A, он передает показания своих часов в точку A. Часы виртуально перемещаются с корабля в исходную точку неподвижной системы.

Теперь мы можем сравнивать показания неподвижных часов с часами, побывавшими в виртуальном путешествии от точки A до точки B, и обратно – к точке A.

Виртуальное перемещение часов избавляет нас от необходимости использовать неинерциальные системы, но позволяет выявить основные причины появления эффекта замедления неподвижных часов. А именно, размывание и исчезновение понятия одновременности. И следующего из него представления о «перекосе» показаний часов в разных точках пространства. Перекоса, зависящего от скорости и направления движения наблюдателя.

2.1. Наблюдаемая картина относительно неподвижной системы

Соответствующие результаты расчетов приведены в табличном виде – таблица 2, и в графическом виде на рисунке 3. На рисунках значения времени округлены до 0.1s.

Таблица 2 – Преобразования относительно неподвижной системы

#	u/c	x_0	t_0	x_1	t_1	x_0	t_0	x_1	t_1
Синхронизация в точке A: $\mathbf{x}_{0S}$= 0.0; $\mathbf{t}_{0S}$= 0.0; $\mathbf{x}_{1S}$= 0.0; $\mathbf{t}_{1S}$= 0.0.									
1	0.866	**0.000**	**0.000**	**0.000**	**0.000**	1.000	0.000	2.000	-1.732
2	0.866	0.000	1.155	-2.000	2.309	**1.000**	**1.155**	**0.000**	**0.577**
Синхронизация в точке B: $\mathbf{x}_{0S}$= 1.0; $\mathbf{t}_{0S}$= 1.155; $\mathbf{x}_{1S}$= 0.0; $\mathbf{t}_{1S}$= 0.577.									
3	0.866	1.000	1.155	0.000	0.577	0.000	1.155	-2.000	2.309
4	-0.866	1.000	1.155	0.000	0.577	0.000	1.155	-2.000	-1.154
5	-0.866	**0.000**	**2.309**	**0.000**	**1.155**	1.000	2.309	2.000	2.887

Ниже приводится содержательная интерпретация отдельных строк таблицы 2.

1. Корабль $\overline{ab}$ движется вправо – по направлению от точки A к точке B. Часы на корабле $\overline{ab}$ и неподвижные часы синхронизируются в точке A (рисунок 3a).

2. Корабль $\overline{ab}$ достигает точки B. По часам корабля прошло меньше времени, чем по неподвижным часам (рисунок 3b).

3. Проверка. Часы на корабле $\overline{ab}$ заново согласовываются в точке B. Их показания не изменяются (рисунок 3c).

4. Во встречном направлении – от точки B к точке A, движется корабль $\overline{ba}$. Часы на корабле $\overline{ba}$ синхронизируются с часами корабля $\overline{ab}$ в точке B (рисунки 3c, 3d).

5. Корабль $\overline{ba}$ достигает точки A. По часам корабля прошло меньше времени, чем по неподвижным часам (рисунок 3e).

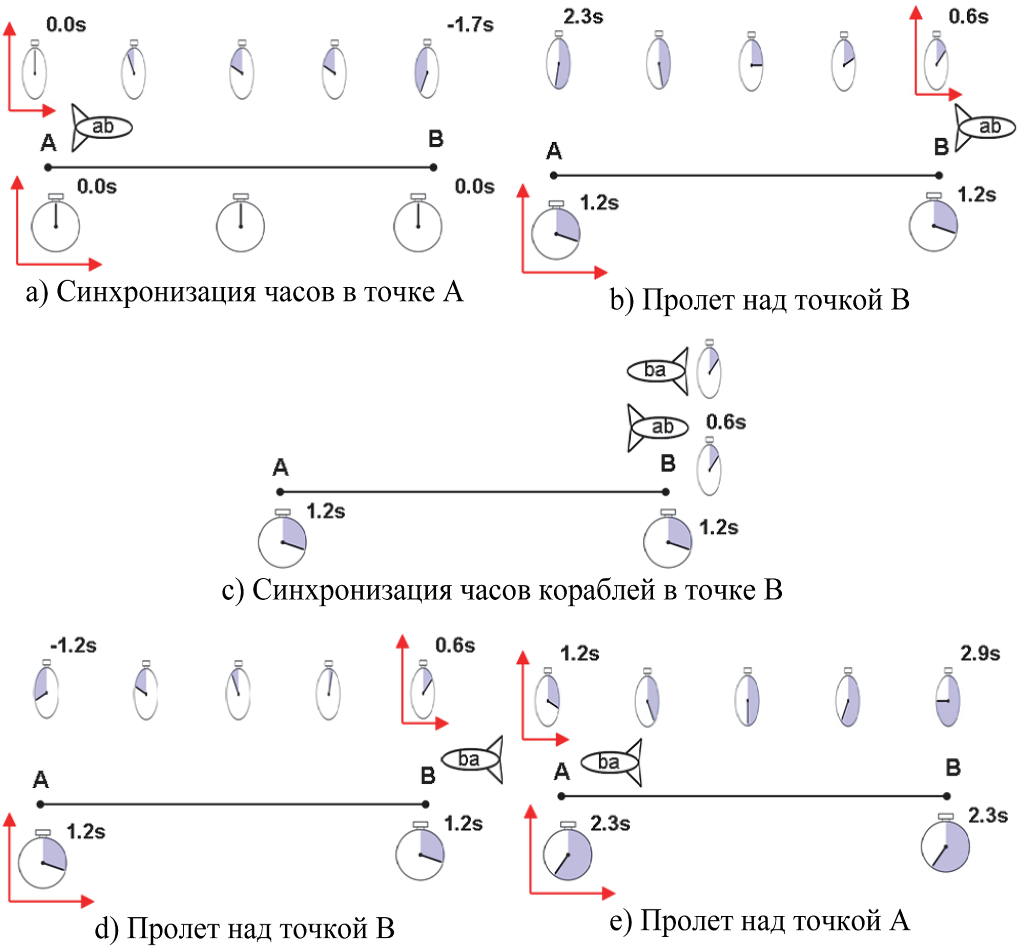


Рисунок 3 – Движение кораблей относительно неподвижной системы координат

Ниже приводится содержательная интерпретация рисунка 3.

На рисунке 3 отрезок A – B обозначает маршрут путешествия. Часы под отрезком показывают время в неподвижной системе. Эти часы взаимно синхронизированы, и в своей системе показывают одинаковое время.

В неподвижной системе движущийся космический корабль выглядит сжатым. И часы корабля выглядят замедленными. Часы в системе движущегося корабля показаны над отрезком, вблизи или выше корабля. Эти часы синхронизированы в своей, движущейся системе. С точки зрения неподвижных наблюдателей часы в движущейся системе не синхронизированы. И нарушение синхронизации тем сильнее, чем дальше часы находятся от точки первичной синхронизации.

Следует особо отметить, что неподвижный наблюдатель в точке A и наблюдатель на корабле в точке A будут видеть не время, отмеченное на часах, а время, большее на время запаздывания распространения сигнала от удаленной точки до наблюдателя. На рисунках показано то время, которое бы видели наблюдатели, расположенные рядом с часами, в промежуточных точках маршрута между точками A и B. Напомним, что значения времени на рисунках округлены до 0.1s.

На рисунке 3а показано, что в движущейся системе часы, расположенные по направлению к точке, к которой движется корабль, показывают прошлое (отрицательные значения времени).

Через какое-то время корабль достигает точки B (рисунок 3b). По его часам прошло примерно в 2 раза меньше времени, чем по неподвижным часам. Одновременно мимо точки B пролетает встречный корабль (рисунок 3c), и часы встречного корабля $\overline{ba}$ синхронизируются по часам корабля $\overline{ba}$. Часы виртуально перемещаются с одного корабля на другой.

Теперь можем рассматривать только корабль, двигающийся в обратном направлении (рисунок 3d). Отметим, что в движущейся системе часы, расположенные по направлению к точке, к которой движется корабль, показывают прошлое (отрицательные значения времени).

На рисунке 3e корабль пролетает над исходной точкой A, и передает свои показания в исходную точку. Часы совершили виртуальное путешествие.

Для конкретных числовых значений данного примера (таблица 2) на неподвижных часах в точке A прошло 2.309 единиц времени. А на часах, совершивших виртуальное путешествие, только 1.155. То есть часы, совершившие путешествие, шли примерно в 2 раза медленнее. Это соответствует простейшим оценкам без учета тонкостей преобразований Лоренца.

Рассмотрим эту же картину, но уже относительно двигающихся во встречных направлениях кораблей.

2.2. Наблюдаемая картина относительно двигающихся кораблей

Соответствующие результаты приведены в табличном виде (таблица 3) и в графическом виде (рисунок 4).

Таблица 3 – Преобразования относительно двигающихся кораблей

#	u/c	x_0	t_0	x_1	t_1	x_0	t_0	x_1	t_1
Синхронизация в точке A: $\mathbf{x}_{0S}$= 0.0; $\mathbf{t}_{0S}$= 0.0; $\mathbf{x}_{1S}$= 0.0; $\mathbf{t}_{1S}$= 0.0.									
1	-0.866	**0.000**	**0.000**	**0.000**	**0.000**	0.500	0.000	1.000	0.866
2	-0.866	**0.000**	**0.577**	**1.000**	**1.155**	-0.500	0.577	0.000	0.289
Синхронизация в точке B: $\mathbf{x}_{0S}$= 0.0; $\mathbf{t}_{0S}$= 0.577; $\mathbf{x}_{1S}$= 1.0; $\mathbf{t}_{1S}$= 1.155.									
3	-0.866	0.000	0.577	1.000	1.155	-0.500	0.577	0.000	0.289
4	0.866	0.000	0.577	1.000	1.155	-0.500	0.577	0.000	2.021
5	0.866	**0.000**	**1.155**	**0.000**	**2.309**	0.500	1.155	1.000	1.443

Ниже приводится содержательная интерпретация отдельных строк таблицы 3.

1. Система A–B перемещается влево относительно корабля $\overline{ab}$. Часы на корабле $\overline{ab}$ и часы в точке A синхронизируются (рисунок 4a).

2. Корабль $\overline{ab}$ достигает точки B. По часам корабля прошло меньше времени, чем по неподвижным часам (рисунок 4b).

3. Проверка. Часы на корабле $\overline{ab}$ заново согласовываются в точке B. Их показания не изменяются (рисунок 4c).

4. Во встречном направлении – от точки B к точке A, движется корабль $\overline{ba}$. Часы на корабле $\overline{ba}$ синхронизируются с часами корабля $\overline{ab}$ в точке B (рисунки 4c, 4d, 4e).

5. Корабль $\overline{ba}$ достигает точки A. По часам корабля прошло меньше времени, чем по неподвижным часам (рисунок 4f).

Ниже приводится содержательная интерпретация рисунка 4.

От точки A к точке B двигается корабль $\overline{ab}$, и его часы синхронизируются в точке A (рисунок 4a). Относительно корабля масштабы времени и дальности сжаты примерно в 2 раза. И предстоящий путь в два раза короче.

Через какое-то время корабль достигает точки B (рисунок 4b). По его часам прошло примерно в 2 раза меньше времени, чем по неподвижным часам. Одновременно мимо точки B пролетает встречный корабль (рисунок 4c), и часы встречного корабля $\overline{ba}$ синхронизируются по часам корабля $\overline{ba}$. Часы виртуально перемещаются с одного корабля на другой (рисунки 4c, 4e).

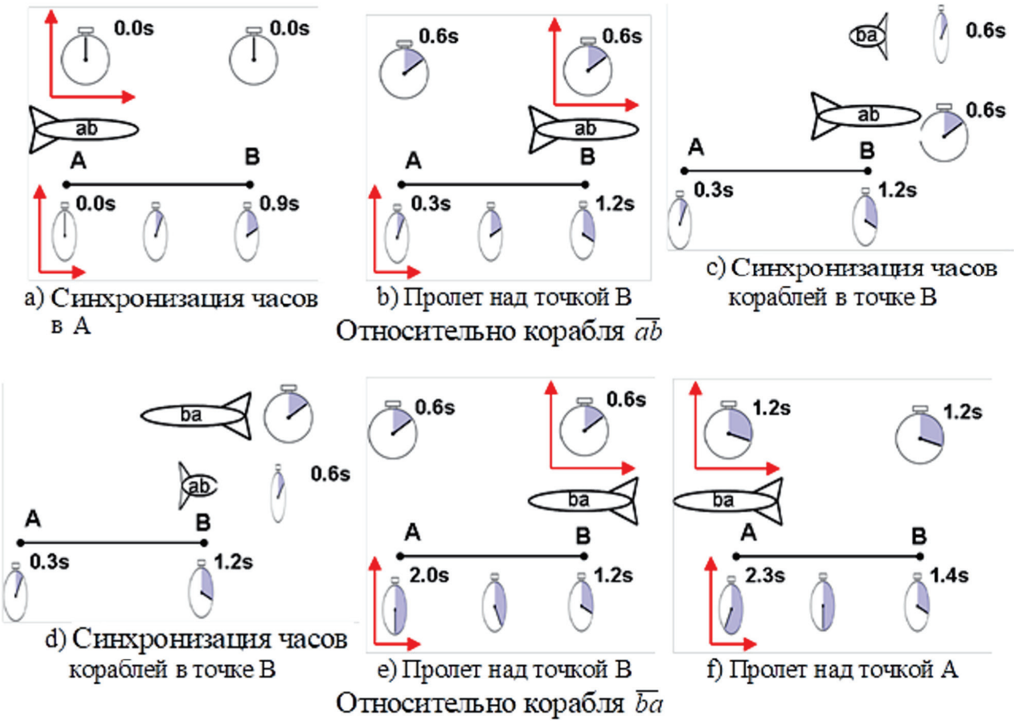


Рисунок 4 – Наблюдаемая картина относительно двигающихся кораблей

На рисунке 4c показано, что встречный корабль $\overline{ba}$ для корабля $\overline{ab}$ будет сжат сильнее, так как их взаимная встречная скорость будет больше. По правилу сложения релятивистских скоростей взаимная встречная скорость определяется следующим соотношением:

$$u_\Sigma = \frac{u_1 + u_2}{1 + u_1 \cdot u_2 / c^2}. \qquad (2)$$

В нашем частном случае $u_1 = u_2 = u$ и формула (2) преобразуется к виду

$$v_\Sigma = \frac{2 \cdot v}{1 + v^2}.$$

Скорость v и коэффициент сжатия γ связаны соотношениями:

$$\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2} \to 1/\gamma^2 = 1 - v^2 \to v^2 = 1 - 1/\gamma^2 \to v = \sqrt{1 - 1/\gamma^2}.$$

После несложных преобразований получим выражение для коэффициента сжатия при встречном движении с одинаковыми скоростями

$$\gamma_\Sigma = 1/\sqrt{1 - v_\Sigma^{\,2}} \to \gamma_\Sigma = 1/\sqrt{1 - \left(\frac{2 \cdot v}{1 + v^2}\right)^2} \to \gamma_\Sigma = 1/\sqrt{1 - \left(\frac{2 \cdot \sqrt{1 - 1/\gamma^2}}{1 + \left(\sqrt{1 - 1/\gamma^2}\right)^2}\right)^2};$$

$$1/\gamma_\Sigma^2 = 1 - \frac{4 \cdot \left(1 - 1/\gamma^2\right)}{2 - 1/\gamma^2} = \frac{1/\gamma^4}{\left(2 - 1/\gamma^2\right)^2} \to 1/\gamma_\Sigma = \frac{1/\gamma^2}{2 - 1/\gamma^2} = \frac{1}{2 \cdot \gamma^2 - 1};$$

$$\gamma_\Sigma = 2 \cdot \gamma^2 - 1.$$

В нашем частном случае $\gamma = 2$ и $\gamma_\Sigma = 2 \cdot 2^2 - 1 = 7$. То есть встречный корабль будет сжат в 7 раз.

Рисунок 4d отображает ситуацию встречи в точке B с позиции наблюдателя на корабле $\overline{ba}$.

Рисунок 4е переносит нас в систему движущегося корабля $\overline{ba}$ после процедуры синхронизации часов.

Через какое-то время корабль $\overline{ba}$ оказывается вблизи точки А, и обменивается показаниями часов с точкой А (рисунок 4f). Виртуальное путешествие часов на двух кораблях завершилось.

Для конкретных числовых значений данного примера (таблица 3) на неподвижных часах в точке А прошло 2.309 единиц времени, а на часах, совершивших виртуальное путешествие – только 1.155. То есть часы, совершившие путешествие, шли примерно в 2 раза медленнее.

Результат выглядит парадоксально. На обоих кораблях наблюдали, что время в системе, привязанной к точкам А и В, шло в два раза медленнее, чем на кораблях, но в результате оказалось, что оно шло быстрее. Здесь ярко демонстрируется причина такого парадокса. А именно, размывание и исчезновение понятия одновременности и следующего из него представления о «перекосе» показаний часов в разных точках пространства; перекоса, зависящего от скорости и направления движения наблюдателя (рисунок 2). С точки зрения наблюдателя, двигающегося от точки А, часы в системе А–В шли неправильно. То же самое должен был отметить и наблюдатель, двигающийся к точке А. Но знаки и численные значения ошибок они видели разные, взаимно несовместимые.

Заключение

«Парадокс близнецов» в наибольшей степени обусловлен парадоксом размывания и исчезновения понятия одновременности в специальной теории относительности. Для описания этого явления вполне достаточно преобразований Лоренца и следующего из этих преобразований эффекта «перекоса» показаний часов в разных точках пространства, а также «перекоса», зависящего от скорости и направления движения наблюдателя.

Виртуальное перемещение часов избавляет от необходимости использовать неинерциальные системы, но позволяет более ярко выявить основные причины появления эффекта замедления неподвижных часов, а именно, относительности понятия одновременности в движущихся системах.

Последовательное применение преобразований Лоренца с виртуальным переносом часов из системы в систему позволит лучше разобраться и в других известных парадоксах релятивистского движения без необходимости привлечения расчетов в неинерциальных системах.

Предложенный методический подход может быть полезным для студентов, преподавателей физики и исследователей, интересующихся проблемой релятивистской одновременности.

Список литературы

1. *Эйнштейн А., Инфельд Л.* Эволюция физики. – Москва: Амфора, 2015. – 286 с.
2. *Борн М.* Эйнштейновская теория относительности. – Москва: Мир, 1972. – 368 с.
3. *Ахмедов Э.Т., Громов А.В.* Картины фундаментальной физики. – Москва: МЦНМО, 2021. – 190 с. – (Библиотечка «Квант». Вып. 138).
4. *Бриллюэн Л.* Новый взгляд на теорию относительности. – Москва: Мир, 1972. – 144 с.
5. *Гарднер М.* Теория относительности для миллионов. – Москва: URSS, 2010. – 240 с.
6. *Угаров В.А.* Специальная теория относительности. – Москва: URSS, 2019. – 384 с.
7. *Колгатин С.Н.* Нужно ли преподавать теорию относительности в курсе общей физики // Образование и наука. – 2015. – № 4 (123). – С. 158–168.
8. *Серый А.И.* О некоторых вопросах методики преподавания специальной теории относительности // Физико-математическое образование: цели, достижения и перспективы: материалы Международной научно-практической конференции, Минск, 18–19 ноября 2019 года. – Брест: БрГУ им. А.С. Пушкина, 2019. – С. 147–148.
9. *Батраков А.М., Вердиханов Ш.В., Уткин А.И.* Некоторые особенности преподавания специальной теории относительности (СТО) в школьном курсе физики старших классов // Современные проблемы математики, физики и физико-математического образования: материалы XI Международной научно-практической конференции. – Орехово-Зуево: Государственный гуманитарно-технологический университет, 2021. – С. 192–194.

10. *Яшина Г.А.* Преподавание спецкурса по теории относительности в основной школе: автореф. дис. … канд. пед. наук: 13.00.02. – Москва, 1999. – 20 с.

References

1. *Ejnshtejn A., Infel'd L.* Evolyuciya fiziki. – Moskva: Amfora, 2015. – 286 s.
2. *Born M.* Ejnshtejnovskaya teoriya otnositel'nosti. – Moskva: Mir, 1972. – 368 s.
3. *Ahmedov E.T., Gromov A.V.* Kartiny fundamental'noj fiziki. – Moskva: MCNMO, 2021. – 190 s. – (Bibliotechka «Kvant». Vyp. 138).
4. *Brillyuen L.* Novyj vzglyad na teoriyu otnositel'nosti. – Moskva: Mir, 1972. – 144 s.
5. *Gardner M.* Teoriya otnositel'nosti dlya millionov. – Moskva: URSS, 2010. – 240 s.
6. *Ugarov V.A.* Special'naya teoriya otnositel'nosti. – Moskva: URSS, 2019. – 384 s.
7. *Kolgatin S.N.* Nuzhno li prepodavat' teoriyu otnositel'nosti v kurse obshchej fiziki // Obrazovanie i nauka. – 2015. – № 4 (123). – S. 158–168.
8. *Seryj A.I.* O nekotoryh voprosah metodiki prepodavaniya special'noj teorii otnositel'nosti // Fiziko-matematicheskoe obrazovanie: celi, dostizheniya i perspektivy: materialy Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoj konferencii, Minsk, 18–19 noyabrya 2019 goda. – Brest: BrGU im. A.S. Pushkina, 2019. – S. 147–148.
9. *Batrakov A.M., Verdihanov Sh.V., Utkin A.I.* Nekotorye osobennosti prepodavaniya special'noj teorii otnositel'nosti (STO) v shkol'nom kurse fiziki starshih klassov // Sovremennye problemy matematiki, fiziki i fiziko-matematicheskogo obrazovaniya: materialy XI Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoj konferencii. – Orekhovo-Zuevo: Gosudarstvennyj gumanitarno-tekhnologicheskij universitet, 2021. – S. 192–194.
10. *Yashina G.A.* Prepodavanie speckursa po teorii otnositel'nosti v osnovnoj shkole: avtoref. dis. … kand. ped. nauk: 13.00.02. – Moskva, 1999. – 20 s.

Статья поступила в редакцию: 06.10.2025
Статья принята к публикации: 24.10.2025

Received: 06.10.2025
Accepted: 24.10.2025