

into consideration the timeframe of investments. Purpose of this article is to analyze the risk-profitability ratio of financial instruments depending on the investment period in developed and emerging markets. The analysis showed that the prolongation of the investment period reduces the risk indicators, and the yield remains almost constant. At long time periods shares indicate higher returns with lower risk.

Keywords: risk-return profile, the influence of the duration of the investment period, the comparison of stocks and bonds, the Sharpe ratio, CAPM model.

*Nikolay Yosifovich Berzon, Honored Economist of the Russian Federation, Doctor of Economics, Professor*

УДК 336.778

## МОДЕЛИРОВАНИЕ МНОГОСТОРОННЕГО ВЗАИМОЗАЧЕТА ПЛАТЕЖЕЙ

*Александр Петрович Кирсанов, доктор технических наук,  
профессор кафедры бизнес-аналитики  
e-mail: [ki@hse.ru](mailto:ki@hse.ru)*

*Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»  
[www.hse.ru](http://www.hse.ru)*

*Алексей Андреевич Кузнецов, главный специалист  
[Aleksey.KUZNETSOV@raiffeisen.ru](mailto:Aleksey.KUZNETSOV@raiffeisen.ru)*

*ЗАО «Райффайзенбанк»  
[www.raiffeisen.ru](http://www.raiffeisen.ru)*

*Ирина Андреевна Папшева, бакалавр бизнес-информатики  
Тел.: +7 926 190-53-38, e-mail: [rapweva@gmail.com](mailto:rapweva@gmail.com)*

*Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»  
[www.hse.ru](http://www.hse.ru)*

Рассмотрена проблема сокращения валового объема платежей между участниками расчетов за счет взаимозачета (клиринга). Для описания множества платежей использованы матричная и графовая модели. Найдены основные особенности этих моделей для различных ситуаций, встречающихся в реальных платежных системах. С использованием моделирования исследована эффективность взаимозачета для различных исходных матриц валовых платежей. Определены факторы, влияющие на эффективность взаимозачета.



**А.П. Кирсанов**

*Ключевые слова: многосторонний взаимозачет, клиринг, платежные системы, моделирование.*

Постоянное совершенствование процедуры расчетов между хозяйствующими субъектами является важным условием развития экономики. Надежно функционирующие платежные системы и эффективные процедуры расчетов позволяют снизить операционные издержки кредитных учреждений и оптимизировать использование финансовых ресурсов. Одним из направлений развития платежных систем является взаимозачет, или клиринг. Взаимозачет представляет собой способ безналичных расчетов, основанный на зачете взаимных требований и обязательств юридических и физических лиц за товары (услуги) и ценные бумаги [1].

Основным достоинством использования клиринга в платежных системах является возможность существенного сокращения числа и общего объема платежей. Этим объясняется популярность этого вида безналичных расчетов в странах Западной Европы и США [2]. Сокращение общего (валового) объема платежей является

основным показателем эффективности взаимозачета. Этот показатель зависит от числа участников расчетов, структуры платежей, способа выполнения взаимозачета и может отличаться для различных платежных систем. Оценить эффективность взаимозачета, оптимизировать параметры процедуры можно с использованием моделирования. Чтобы оценки были достоверными, модель должна правильно отражать реальную ситуацию. В первую очередь это касается модели совокупности платежей, т.к. сама процедура взаимозачета хорошо формализована.

Целью данной работы является разработка реалистичной модели исходной совокупности платежей на основе эмпирических данных и исследование эффективности многостороннего клиринга при различных вариантах распределения платежей между участниками расчетов.

Совокупность платежей, которые участники расчетов должны выполнить в адрес друг друга, традиционно представляется в виде ориентированного графа  $G(V, E)$ . Далее этот граф будет называться графом платежей. Такое описание платежей наглядно и позволяет воспользоваться хорошо разработанным математическим аппаратом теории графов.

Каждому участнику расчетов соответствует некоторая вершина  $v_i$  графа платежей  $G(V, E)$ . Вершины  $v_i, i = 1, 2, \dots, n$ , общее число которых равно  $n$ , составляют множество вершин  $V$  графа платежей  $G(V, E)$ . Каждому платежу соответствует дуга графа платежей. Совокупности всех платежей соответствует множество дуг  $E$  графа  $G(V, E)$ . Если  $i$ -й участник должен выполнить платеж в адрес  $j$ -го участника общим объемом  $p_{ij}$ , то из  $i$ -й вершины в  $j$ -ю в графе  $G(V, E)$  идет дуга, помеченная размером платежа  $p_{ij}$ . Числа  $p_{ij}$  называются также весами дуг.



А.А. Кузнецов



И. А. Папшева

С помощью графа можно описывать как совокупность всех платежей до проведения взаимозачета, тогда такой граф будем называть графом валовых платежей, так и оставшиеся после взаимозачета нетто-платежи, в этом случае граф будем называть графом нетто-платежей.

С графом естественным образом связана матрица  $P$  размера  $n \times n$ . Каждый элемент матрицы  $P$  является либо весом  $p_{ij}$  дуги между  $i$ -й и  $j$ -й вершинами графа, либо равен 0, если между соответствующими вершинами графа дуги нет. Таким образом, числа  $p_{ij} \geq 0, p_{ii} = 0$  образуют матрицу платежей, или платежную матрицу. Матрицы графов валовых и нетто платежей будем называть матрицами валовых и нетто-платежей соответственно.

Платежная матрица под воздействием большого числа различных факторов меняется от одного сеанса клиринга к другому. Поэтому представляется естественным считать, что элементы  $p_{ij}$  платежной матрицы являются случайными величинами, а граф платежей является случайным графом. Таким образом, случайную матрицу с определенными статистическими свойствами (и соответствующий ей граф) можно рассматривать как модель матрицы платежей.

Данные о платежах в реальных платежных системах описаны в ряде работ [3,4]. В этих работах отмечается, что основной особенностью графов платежей является распределение полустепеней исхода и захода вершин по степенному закону. Это позволяет отнести графы платежей к так называемым безмасштабным графам.

Для моделирования процедуры взаимозачета с использованием данных близких к реальным необходимо иметь возможность порождать безмасштабные

ориентированные графы с распределением степеней вершин по степенному закону. Существует достаточно много алгоритмов построения неориентированных безмасштабных графов. Некоторые из них описаны в [5–7]. Однако алгоритмов построения ориентированных безмасштабных графов не так много. Фактически все они являются вариантами одного подхода, описанного в [8]. Этот подход основан на итерационном построении графа путем добавления к существующему графу вершин и дуг в соответствии с принципом предпочтительного присоединения (preferential attachment). Недостатком алгоритма из [8] для целей моделирования взаимозачета является возможность появления в графе кратных дуг и петель. Модифицированный алгоритм из [9] свободен от отмеченного недостатка. Однако строгого доказательства того, что в соответствии с этим алгоритмом порождаются безмасштабные графы, нет. Имеются лишь подтверждения безмасштабности этих графов путем математического моделирования.

Алгоритмы построения некоторых видов безмасштабных случайных графов реализованы в компьютерных системах математических вычислений, в частности, в системе Mathematica. Графы Барабаши-Альберта с  $n$  вершинами строятся (путем добавления  $k$  новых вершин на каждом шаге построения) в этой системе с использованием выражений

**BarabasiAlbertGraphDistribution[n, k]**

Графы Барабаши-Альберта, порождаемые с использованием первого выражения, являются неориентированными. Однако, комбинируя матрицы смежности двух неориентированных графов такого типа, в работе строился ориентированный граф. Для этого верхняя часть матрицы смежности над главной диагональю копировалась из аналогичной части матрицы смежности одного случайного графа Барабаши-Альберта, а нижняя часть (под главной диагональю) из матрицы смежности другого случайного графа Барабаши-Альберта. В терминах функций системы Mathematica это выглядит следующим образом

```
pmBA[n_, k_] := Module[{g1, g2, m},
  g1 = RandomGraph[BarabasiAlbertGraphDistribution[n, k]];
  g2 = RandomGraph[BarabasiAlbertGraphDistribution[n, k]];
  m = UpperTriangularize[AdjacencyMatrix[g1]] +
  LowerTriangularize[AdjacencyMatrix[g2]]; Normal[m]]
```

(1)

Применимость данного способа генерации графов для моделирования множества платежей зависит от того, насколько параметры генерируемых графов близки к параметрам графов, соответствующих множествам реальных платежей, описанным, например, в [3, 4]. Одним из основных параметров, характеризующих графы платежей, является распределение полустепеней исхода и захода. Плотность распределения полустепеней исхода вершин графов, построенных описанным образом, показана на рис. 1. Точки на этом рисунке изображены в двойном логарифмическом масштабе и располагаются вблизи прямой линии. Поэтому можно сделать вывод, что распределение близко к степенному, для которого вероятность  $P(k)$  того, что вершина имеет полустепень исхода, равную  $k$ , пропорциональна  $k^{-\gamma}$ , т.е.  $P(k) \sim k^{-\gamma}$ . Найденная методом наименьших квадратов величина  $\gamma$  оказалась равной 2,09. Это значение близко к аналогичным значениям для графов платежей, описанных в [3,4]. Аналогичный результат получен и для полустепеней захода.

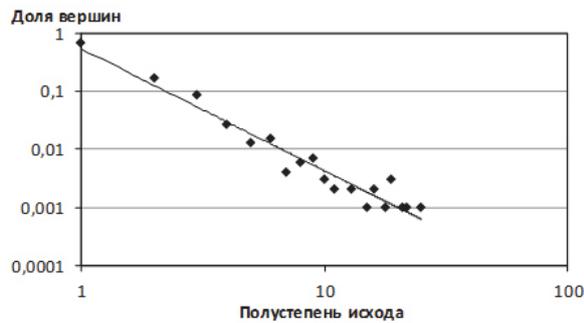


Рис. 1. Распределение полустепеней исхода графа платежей

Еще одной характеристикой графа платежей является его реберная плотность (отношения числа дуг графа к числу дуг полного графа с тем же числом вершин). При использовании предложенного способа построения безмасштабных графов их реберная плотность зависит от значения параметра  $m$ , с которым происходит обращение к функции  $\text{BarabasiAlbertGraphDistribution}[n, m]$ . Моделирование показало, что для графа, имеющего 1000 вершин (примерное количество российских банков), реберная плотность, близкая к описанной в [3], может быть получена, если использовать параметр  $m=2$ .

Кроме отмеченных свойств, безмасштабные графы характеризуются малым диаметром. Диаметры графов платежей, описанных в [3,4], лежат в диапазоне от 6 до 8. Среднее значение диаметра графов, построенных с помощью функции  $\text{BarabasiAlbertGraphDistribution}[n, m]$ , составляет 7,75 при значении параметра  $m=2$ .

Таким образом, можно сделать вывод, что случайные графы, формируемые с помощью функции (1), по ряду параметров весьма похожи на безмасштабные графы платежей в системе Fedwire [3] краткосрочных межбанковских заимствований [4] и могут быть использованы при моделировании процедуры взаимозачета платежей.

Для исследования и моделирования взаимозачета был формализован, как и в [10], в виде задачи линейного программирования транспортного типа следующим образом.

Сумма  $C_i(P) = \sum_{j=1}^n p_{ij}$  представляет собой общий объем платежей, который  $i$ -й

участник должен заплатить другим участникам расчетов. Сумма  $D_j(P) = \sum_{i=1}^n p_{ij}$  представляет собой общий объем платежей, который  $j$ -й участник должен получить от

других участников расчетов. Разность  $D_k(P) - C_k(P) = \sum_{i=1}^n p_{ik} - \sum_{i=1}^n p_{ki}$ , которую можно назвать балансом  $k$ -го участника, показывает, на сколько изменится остаток денежных средств  $k$ -го участника, если будут выполнены все платежи между всеми участниками расчетов на валовой основе.

Общий объем платежей  $V(P)$ , которые должны выполнить все участники в соответствии с платежной матрицей  $P = \{p_{ij}\}$ , равен сумме всех ее элементов

$V(P) = \sum_{i,j=1}^n p_{ij}$  Основной причиной, по которой используется процедура взаимозачета,

является возможность сокращения объема валовых платежей и числа платежей. Поэтому объем нетто-платежей, то есть общий объем платежей после взаимозачета, является основным критерием эффективности процедуры взаимозачета.

Таким образом, процедуру взаимозачета можно формализовать в виде оптимизационной задачи, в которой в качестве исходных данных используется матрица валовых платежей  $P$ , а искомыми величинами являются элементы  $x_{ij}$  матрицы

$X = \{x_{ij}\}$  нетто-платежей (платежей после взаимозачета), при которых достигается минимум суммарных платежей всех участников расчетов  $V(X) = \sum_{i,j=1}^n x_{ij}$  и обеспечивается сохранение исходных балансов всех участников  $\sum_{i=1}^n x_{ik} - \sum_{i=1}^n x_{ki} = D_k(P) - C_k(P), k = 1, 2, \dots, n.$

Данная задача представляет собой задачу линейного программирования транспортного типа. Методы и алгоритмы решения таких задач известны, разработано эффективное программное обеспечение для их решения. Эта задача решалась с использованием функции **LinearProgramming**[*c, v, b*] системы Mathematica.

Было выполнено сравнение эффективности процедуры взаимозачета для графов двух типов: классических случайных графов Эрдеша-Реньи и безмасштабных графов. Для того чтобы обеспечить примерно одинаковое число дуг в графах различных типов, в процессе построения классических графов использовалась вероятность появления дуги, равная реберной плотности безмасштабного графа.

Эффективность взаимозачета оценивалась отношением  $V(P)/V(X)$  объема валовых платежей  $V(P)$  к объему нетто-платежей  $V(X)$  после взаимозачета. Результаты моделирования показаны на рис. 2.

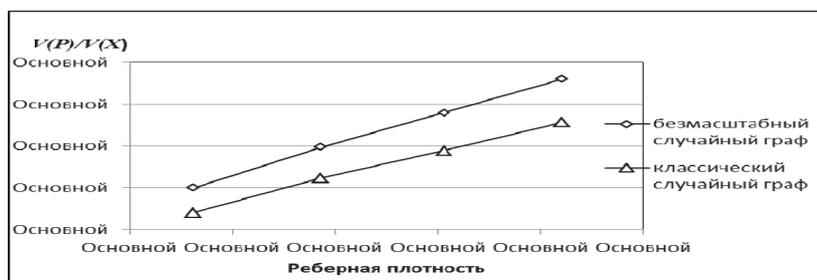


Рис. 2. Эффективность взаимозачета для различных типов графов платежей

В зависимости от реберной плотности исходных графов платежи сокращаются от 3 до 7 раз. С увеличением реберной плотности графов валовых платежей эффективность взаимозачета возрастает. Для безмасштабных графов платежей эффективность взаимозачета на 16–19% выше, чем для классических случайных графов такого же размера и реберной плотности.

Выполненное моделирование подтвердило, что многосторонний взаимозачет является эффективным средством оптимизации расчетов, позволяя в разы сократить число и объемы платежей между участниками расчетов.

### Литература

1. Березина М.П. Безналичные расчеты в экономике России. Анализ практики. – М.: Консалтбанкир, 1997.
2. Березина М.П., Крупнов Ю.С. Межбанковские расчеты: Практическое пособие. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Финстатинформ, 1994.
3. Kimmo Soramaki, Morten L. Bech, Jeffrey Arnold, Robert J. Glass, Walter E. Beyeler. The topology of interbank payment flows, Physica A: 379 (1), 2007. 317–333.
4. Bech M.L.; Atalay E. The topology of the federal funds market. Physica A: 389(22), 2010. 5223-5246.
5. Albert R., Barabási A. Statistical mechanics of complex networks. Reviews of Modern Physics 74. 2002.
6. Райгородский А.М. Модели случайных графов. – М.: МЦМНО, 2011.
7. Берновский М.М., Кузюрин Н.Н. Случайные графы, модели и генераторы безмасштабных графов. Труды института системного программирования РАН. Том 22, 2012.

8. *Bollobás B., Borgs C., Chayes J., Riordan O.* Directed scale-free graphs. In: SODA 2003: Proceedings of the Fourteenth Annual ACM–SIAM Symposium on Discrete Algorithms, pp. 132–139.
9. *Zhang H., Van Moorsel A.* Fast Generation of Scale Free Networks with Directed Arcs. Computer Performance Engineering: 6th European Performance Engineering Workshop, EPEW 2009, Proceedings. Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics), 2009. 5652 LNCS.
10. *Курсанов А.П., Кузнецов А.А.* Эффективность клиринга для различных моделей платежей между участниками расчетов. Нейрокомпьютеры: разработка и применение. – 2012. – № 6.

### ***Simulation of multilateral clearing in payment systems***

*This article is devoted to the problem of reducing gross payments between settlement participants by clearing or netting arrangements. Matrix and graph models are developed and used to describe set of payments. The main features of these models which can be found in actual payment systems are analyzed in this work. Using simulation modeling it is investigated the efficiency of the clearing process for various initial matrixes of gross payments.*

*Keywords: netting, multilateral clearing, payment systems, simulation.*

**Alexandr Petrovich Kirsanov**, professor  
National Research University “Higher School of Economics”

**Aleksey Andreevich Kuznetsov**, Principal Officer  
ZAO Raiffeisenbank

**Irina Andreevna Papsheva**  
National Research University “Higher School of Economics”

УДК 338.266

## **СБАЛАНСИРОВАННАЯ СИСТЕМА ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАК ИНСТРУМЕНТ УПРАВЛЕНИЯ ИНВЕСТИЦИОННОЙ ПРИВЛЕКАТЕЛЬНОСТЬЮ**

**Елена Анатольевна Агапитова**, магистрант кафедры ЭГХиСО МУ  
Тел: (495)-783-68-48, e-mail:  
Московский университет им. С.Ю. Витте  
<http://www.muiiv.ru>

*В статье приводятся методы оценки инвестиционной привлекательности предприятий: экономико-математические, факторного анализа, экспертных оценок. В статье также приведены дополнительные критерии инвестиционной привлекательности, предполагающие разносторонний анализ. Используется сбалансированная система показателей, основанная на аргументированных суждениях руководителей и специалистов, знакомых с состоянием дел и перспективами развития предприятия.*

*Ключевые слова: инвестиционная привлекательность, оценка и разработка методик анализа, апробация на предприятиях, изучение факторов кредит-банка, инвестор, диагностики.*

Развитие экономики России в современных условиях глобализации и интеграции бизнеса, ужесточения конкуренции практически во всех отраслях хозяйствования обуславливает невозможность развития крупных предприятий без значительных инвестиционных вливаний.

В настоящее время в большинстве отечественных организаций кредит банка рассматривается как практически единственный источник дополнительного финансирования. В то же время при получении кредитов банков есть существенные ограничения по размерам сумм и условиям получаемых в кредит средств. Вместе с тем