

$$\chi(y) = (k_1 + \nu\gamma)(y^2 + \gamma y) + \rho(\gamma + y), j(y) = y(y+1), y \geq 0; i_* = \left[ \frac{c_*}{2\nu} \left( \sqrt{1 + \frac{c_*}{\nu}} + 1 \right)^{-1} \right] \geq 1, c_* = \begin{cases} \zeta(1), & \text{if } \gamma \neq 2, \\ \zeta(2), & \text{if } \gamma = 2, \end{cases} [r] - \text{the integer part of } r.$$

### References

1. Klevtsova Yu.Yu. On the existence of a stationary measure for the stochastic system of the Lorenz model describing a baroclinic atmosphere // Sb. Math., **204**, No. 9. 1307-1331 (2013).

УДК 532.542:536.24

## ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛООБМЕНА В НАНОЖИДКОСТЯХ В УСЛОВИЯХ ВЫНУЖДЕННОЙ КОНВЕКЦИИ

*Софья Владимировна Козлова, аспирант*

*Тел.: 391 290 5134, e-mail: sonique@icm.krasn.ru*

*Институт Вычислительного моделирования СО РАН*

*Илья Игоревич Рыжков, к.ф.-м.н., с.н.с.,*

*Тел.: 391 290 7528, e-mail: rii@icm.krasn.ru*

*Институт Вычислительного моделирования СО РАН*

*http://icm.krasn.ru*

*В данной работе исследован теплообмен в жидкостях и наножидкостях в цилиндрической трубе. Построено точное решение для температуры однокомпонентной жидкости (вода). Выполнено численное моделирование вынужденной конвекции для воды и наножидкости вода/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, построено распределение температуры в трубе. Исследована эффективность теплообмена в наножидкости вода/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> в зависимости от концентрации наночастиц и скорости течения.*

*Ключевые слова: теплообмен в жидкостях, наножидкость, задача Греча, самосопряжённый оператор, собственные функции, численное моделирование, вынужденная конвекция.*

*Исследование выполнено при поддержке КГАУ «Красноярский краевой фонд поддержки научной и научно-технической деятельности», соглашение № 02/13.*

В последние десятилетия активно развиваются системы охлаждения и обогрева, основанные на жидких теплоносителях (вода, этиленгликоль, машинное масло, жидкие смеси). В настоящее время активно изучаются новые типы теплоносителей. К ним относятся наножидкости – двухфазные системы, состоящие из базовой жидкости и твёрдых наночастиц [1]. В данной работе представлены результаты численного моделирования вынужденной конвекции для воды и наножидкости вода/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>.



**С.В. Козлова**

Цели исследования – определить распределение температуры в жидкости и оценить эффективность теплообмена. Нами рассмотрено установившееся ламинарное течение жидкости в цилиндрической трубе, конечный участок которой имеет постоянную тем-



**И.И. Рыжков**

пературу стенки, отличную от температуры на остальных участках. Построены точное и численное решение для температуры. Для наножидкости вычисления проведены при различных концентрациях и скоростях течения, заданных на входе.

### Аналитическое решение задачи Грца для цилиндрической трубы

Рассмотрим установившееся ламинарное течение жидкости с постоянными физическими свойствами в круглой цилиндрической трубе. Жидкость движется с заданным параболическим профилем скорости  $V(R) = V_0 \left(1 - (R/R_0)^2\right)$ , ось координат  $Z$  совпадает с осью трубы (рис. 1).

На участке конечной длины  $0 \leq Z \leq l$  поддерживается постоянная температура стенки  $T_w$ , на остальной части трубы

при  $Z < 0$  и  $Z > l$  температура стенки равна  $T_0$ . Физические свойства среды (плотность, динамическая вяз-

кость, теплопроводность и теплоемкость жидкости) постоянны, про-

филь скорости симметричен относительно оси трубы. Уравнение переноса тепла в цилиндрических координатах и граничные условия заданы так

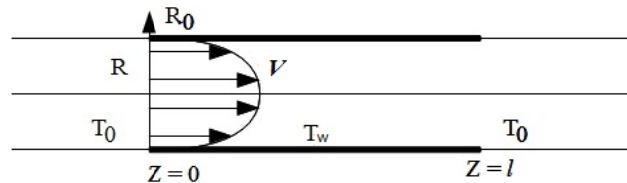


Рис. 1. Схема течения жидкости

$$\rho c_p V(R) \frac{\partial T}{\partial R} = \frac{k}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{\partial T}{\partial R} \right) + k \frac{\partial^2 T}{\partial Z^2}, \quad 0 \leq R \leq R_0, \quad 0 \leq Z \leq \infty, \quad (1)$$

$$R = R_0: T = \begin{cases} T_0, & Z < 0, \\ T_w, & 0 \leq Z \leq l, \\ T_0, & Z > l. \end{cases} \quad R = 0: \frac{\partial T}{\partial R} = 0, \quad \text{для любого } Z, \quad Z \rightarrow \pm\infty: T = T_0, \quad \text{для любого } R, \quad (2)$$

Ранее была решена задача для цилиндрической трубы, в которой на полубесконечном участке задана постоянная температура стенки, отличная от температуры в остальной части [2]. В данной работе рассмотрена труба, в которой участок с постоянной температурой имеет конечную длину.

Перепишем задачу (1), (2) безразмерной форме:

$$v(r) \frac{\partial \Theta}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \Theta}{\partial r} \right) + \frac{1}{\text{Pe}^2} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial z^2}, \quad 0 \leq r \leq 1, \quad 0 \leq z \leq \infty, \quad (3)$$

$$r = 1: \Theta = \begin{cases} 1, & z < 0, \\ 0, & 0 \leq z \leq L, \\ 1, & z > L. \end{cases} \quad r = 0: \frac{\partial \Theta}{\partial r} = 0, \quad \text{для любого } z, \quad z \rightarrow \pm\infty: \Theta = 1, \quad \text{для любого } r, \quad (4)$$

Безразмерные переменные задаются в виде

$$\Theta \equiv \frac{T - T_w}{T_0 - T_w}, \quad z \equiv \frac{Z}{\text{Pe}R_0}, \quad r \equiv \frac{R}{R_0}, \quad L \equiv \frac{l}{\text{Pe}R_0}, \quad v(r) \equiv \frac{V(R)}{V_0},$$

$\text{Pe} \equiv \frac{\rho c_p V_0 R_0}{k}$  – число Пекле,  $V_0$  – характеристическая (максимальная) скорость.

Для решения поставленной задачи уравнение переноса тепла (3) преобразуется в систему дифференциальных уравнений первого порядка. Образованная система представима в операторном виде, и для полученного оператора можно поставить задачу Штурма-Лиувилля поиска собственных значений оператора.

Постановка задачи (1), (2) является расширенной, так как в ней учтена теплопроводность в осевом направлении. В классической постановке она не учитывается. Метод разделения переменных и представление функции температуры в виде ряда в случае расширенной постановки приводит к задаче с некоторым самосопряжённым оператором, пространство собственных функций которого может быть неполно. Преобразование уравнение переноса тепла в систему дифференциальных уравнений приводит к задаче с самосопряжённым оператором, собственных функции которого образуют ортогональный базис. Таким образом, искомая температура может быть представлена в виде ряда по собственным функциям этого оператора.

В результате произведённых вычислений были построены следующие выражения для температуры на трёх участках трубы:

$$\Theta^-(z, r) = 1 + \sum_{j=1}^{\infty} A_j^+ e^{\mu_j^+ z} (1 - e^{-\mu_j^+ L}) \varphi_{j1}^+(r), \quad z < 0,$$

$$\Theta^L(z, r) = \sum_{j=1}^{\infty} A_j^- e^{-\mu_j^- z} \varphi_{j1}^-(r) - \sum_{j=1}^{\infty} A_j^+ e^{\mu_j^+ (z-L)} \varphi_{j1}^+(r), \quad 0 \leq z \leq L,$$

$$\Theta^+(z, r) = 1 + \sum_{j=1}^{\infty} A_j^- e^{-\mu_j^- z} (1 - e^{\mu_j^- L}) \varphi_{j1}^-(r), \quad z > L.$$

Здесь коэффициенты  $A_j^+$  и  $A_j^-$  задаются функциями

$$A_j^- = -2 \left[ \mu_j^- \frac{d\varphi_{j1}^-(1)}{d\mu_j^-} \right]^{-1}, \quad A_j^+ = 2 \left[ \mu_j^+ \frac{d\varphi_{j1}^+(1)}{d\mu_j^+} \right]^{-1}, \quad \lambda_j^- = -(\mu_j^-)^2, \quad \lambda_j^+ = (\mu_j^+)^2.$$

Собственные функции находятся в виде

$$\varphi_j^- = \exp\left(-\frac{\mu_j^-}{2} r^2\right) M(a_j^-, 1, \mu_j^- r^2), \quad a_j^- = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\mu_j^-}{2} - \frac{(\mu_j^-)^3}{2Pe^2} \right),$$

$$\varphi_j^+ = \exp\left(-\frac{i\mu_j^+}{2} r^2\right) M(a_j^+, 1, i\mu_j^+ r^2), \quad a_j^+ = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{i\mu_j^+}{2} - \frac{(i\mu_j^+)^3}{2Pe^2} \right).$$

из уравнения Куммера для собственных функций. Здесь  $M(a_j^\pm, 1, \mu_j^\pm)$  – функции Куммера. Собственные значения  $\mu_j^\pm$  оператора вычисляются из уравнения  $M(a_j^\pm, 1, \mu_j^\pm) = 0$ .

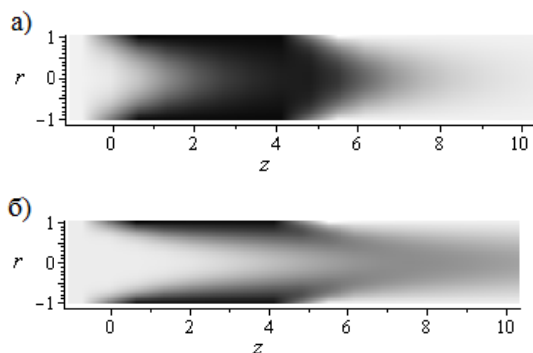


Рис. 2. Распределение температуры в трубе для чисел Пекле: а)  $Pe = 10$ , б)  $Pe = 50$

Результаты решения задачи приведены на рис. 2 и 3. В безразмерных координатах длина обогреваемой секции  $L = 5$ . Рассмотрены случаи для чисел Пекле  $Pe=10$ ,  $Pe=50$ . На рис. 2 темным участкам соответствуют области с более высокой температурой.

Можно отметить, что чем выше скорость течения, тем больше конвективный перенос тепла преобладает над теплопередачей за счёт теплопроводности в осевом направлении. Это подтверждает и рис. 3.

На нем изображены профили температуры (в безразмерных координатах) в продольном

сечении трубы для тех же чисел Пекле. Построенные кривые показывают интенсивность прогрева жидкости вдоль трубы при различном удалении от оси.

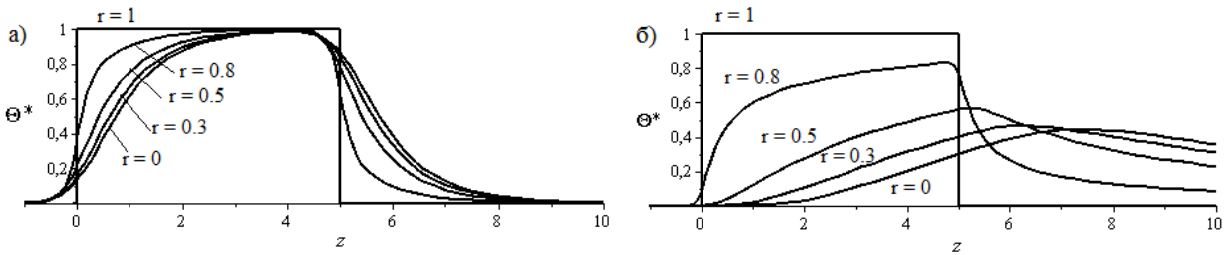


Рис. 3. Профили температуры в продольном сечении трубы для чисел Пекле: а)  $Pe = 10$ , б)  $Pe = 50$

При больших скоростях течения влиянием теплопроводности в осевом направлении можно пренебречь. При медленном течении тепло из обогреваемой секции проникает во входящий в секцию поток и изменяет его температуру, поэтому, как можно заметить из рис. 3 (а), температура жидкости отлична от нуля при  $z < 0$ . При увеличении скорости течения этот эффект снижается (рис. 3 (б)).

### Численное моделирование вынужденной конвекции

Аналитическое описание физических процессов не всегда возможно. Другим способом описания является численное моделирование процесса. Рассмотрим осесимметричную задачу теплообмена в круглой цилиндрической трубе для однокомпонентной среды. В качестве рабочей жидкости взята вода. Для данной задачи уравнения импульса, энергии и неразрывности имеют вид:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho V) + \nabla \cdot (\rho V V) = -\nabla p + \nabla \cdot \Pi, \tag{5}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho H) + \nabla \cdot (\rho V H) = \nabla \cdot (k \nabla T), \tag{6}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho V) = 0, \tag{7}$$

Здесь  $\Pi = \mu(\nabla V + \nabla V^T - \frac{2}{3} \nabla \cdot V I)$  - тензор вязких напряжений,  $H = \int_0^T c_p dT$  - эн-

тальпия,  $V$  - вектор скорости течения,  $\mu$  - динамическая вязкость,  $\rho$  - плотность,  $p$  - давление,  $\Pi$  - тензор напряжений,  $VV$ ,  $\nabla V$  - диадные произведения,  $I$  - единичный тензор,  $H$  - энтальпия,  $c_p$  - теплоёмкость,  $k$  - коэффициент теплопроводности. Если теплоемкость  $c_p$  постоянна, то энтальпия  $H = c_p(T - T_0)$ . В дальнейшем мы будем рассматривать уравнения (5)-(7) в цилиндрических координатах, в которых вектор скорости имеет вид  $V = (U, V)$ , где  $U$  и  $V$  - радиальная и осевая компоненты.

Жидкость входит в трубу в постоянной осевой скоростью  $V_0$  при температуре  $T_0$ . На участке  $0 \leq Z \leq l$  стенка трубы нагрета до постоянной температуры  $T_w$ , на внешних участках при  $0 < Z$  и  $Z > l$  её температура равна  $T_0$ . Граничные условия для температуры и скорости течения можно записать так:

$$R = 0: \quad \frac{\partial T}{\partial R} = \frac{\partial U}{\partial R} = \frac{\partial V}{\partial R} = 0, \quad R = R_0: \quad U = V = 0, \quad T = \begin{cases} T_0, & Z < 0, \\ T_w, & 0 \leq Z \leq l, \\ T_0, & Z > l, \end{cases}$$

$$Z = -l: U = 0, V = V_0, T = 0, \quad Z = -2l: \frac{\partial U}{\partial Z} = \frac{\partial U}{\partial Z} = \frac{\partial V}{\partial Z} = 0.$$

Физические свойства воды (динамическая вязкость, коэффициент теплопроводности, плотность, теплоёмкость) были представлены функциями, зависящими от температуры, с помощью экспериментальных данных из NISTChemistryWebBook [3]:

$$\rho_w = 999.86 + 6.1238 \cdot 10^{-2} T - 8.3131 \cdot 10^{-3} T^2 + 6.4236 \cdot 10^{-5} T^3 - 3.9530 \cdot 10^{-7} T^4 + 1.0808 \cdot 10^{-9} T^5,$$

$$\mu_w = 1.7825 \cdot 10^{-3} - 5.8439 \cdot 10^{-5} T + 1.2592 \cdot 10^{-6} T^2 - 1.6986 \cdot 10^{-8} T^3 + 1.2480 \cdot 10^{-10} T^4 - 3.7458 \cdot 10^{-13} T^5,$$

$$k_w = 0.5609 + 1.9488 \cdot 10^{-3} T - 1.0133 \cdot 10^{-6} T^2 - 1.2840 \cdot 10^{-7} T^3 + 6.2118 \cdot 10^{-10} T^4,$$

$$c_p = 4218.79 - 3.1667 T + 9.5040 \cdot 10^{-2} T^2 - 1.3890 \cdot 10^{-3} T^3 + 1.0722 \cdot 10^{-5} T^4 - 3.2042 \cdot 10^{-8} T^5.$$

Необходимо построить распределение температуры в трубе и изучить характер теплообмена. Данные для расчёта приведены в таблице, схема трубы показана на рис. 4.

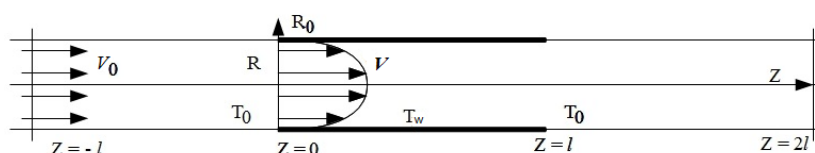


Рис. 4. Схема движения жидкости

Таблица

Параметры численного расчета

Наименование параметра	Величина
Плотность воды, $50^\circ C$ , $\rho$	988.032 кг/м <sup>3</sup>
Динамическая вязкость, $50^\circ C$ , $\mu$	0.000548 Па·с
Теплоёмкость воды, $50^\circ C$ , $c_p$	4181.429 Дж/кг·К
Коэффициент теплопроводности, $50^\circ C$ , $k$	0.644 Вт/м·К
Температура стенки, $T_0$	$20^\circ C$
Температура обогреваемой стенки, $T_w$	$80^\circ C$
Начальная температура жидкости, $T_0$	$20^\circ C$
Скорость течения на входе, $V_0$	0.01 м/с
Число Пекле, $Pe$	641.518
Число Прандтля, $Pr$	3.558
Число Рейнольдса, $Re$	180.297

Указанные в таблице числа Рейнольдса и Прандтля вычисляются так

$$Pr = \frac{c_p \mu}{k}, \quad Re = \frac{2V_0 R_0 \rho}{\mu}. \quad (8)$$

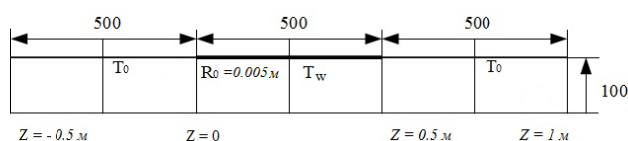


Рис. 5. Схема расчетной сетки (стрелками указаны направления сгущения ячеек)

Расчётная сетка (рис. 5) для нахождения численного решения была выполнена в программе Gambit, вычисления выполнены в программе ANSYSFLUENT 14.5.

Стационарная задача решалась итерационным методом SIMPLEX (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations – Consistent) с использованием более 5000 итераций. Точное решение задачи Греца построено для воды при температуре 50°C. Результат численного моделирования и построения точного решения показан на рис. 6. Из данного графика следует, что численное решение отклоняется от точного, и отклонение увеличивается ближе к оси трубы. Это можно пояснить с помощью рис. 7, где изображены профили скорости течения в обогреваемой секции и профили динамической вязкости. На входе в обогреваемую секцию ( $Z = 0$ ) профиль скорости имеет параболическую форму.

Поступающее от стенки тепло нагревает жидкость и снижает ее вязкость, что приводит к повышению скорости течения в областях с более высокой температурой. Повышение (понижение) скорости течения у стенки и соответствующее снижение (повышение) объясняется постоянным массовым расходом через поперечное сечение.

Как следует из полиномиальной зависимости физических свойств среды от температуры, при нагревании жидкости повышается её теплопроводность, и тепло быстрее проникает во внутренние слои жидкости. Поэтому в численном решении температура на выходе трубы становится выше температуры в точном решении. Из данных соображений, а также вследствие ускорения течения из-за снижения вязкости можно заключить, что для детального изучения теплообмена в жидкостях необходимо учитывать зависимость физических свойств среды от температуры.

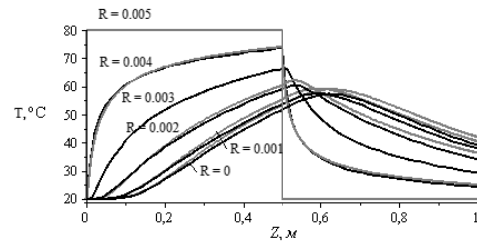


Рис. 6. Профили температуры по результатам численного моделирования течения сперменными физическими свойствами (серые линии) и аналитического решения (черные линии)

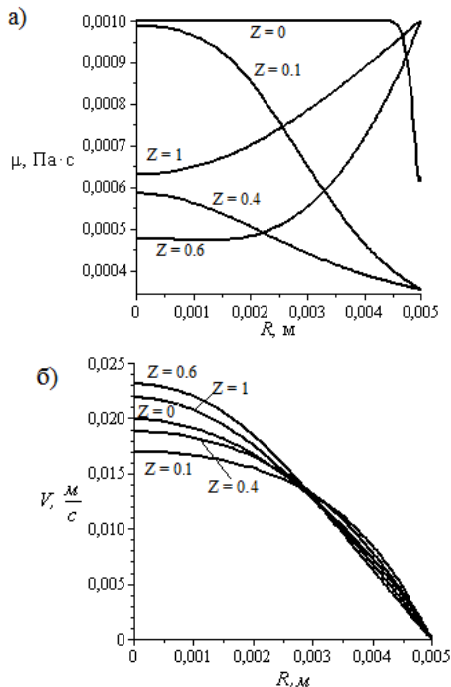


Рис. 7. Эволюция профиля скорости течения (а) и эволюция динамической вязкости жидкости в обогреваемой секции трубы (б)

Для описания вязкости и теплопроводности, а также теплоёмкости наночастиц алюминия из [4] взяты следующие выражения:

### Численное моделирование вынужденной конвекции наножидкости

Эффективность теплообмена в жидкостях можно повысить благодаря использованию наножидкостей – теплоносителей, состоящих из базовой жидкости и наночастиц с более высокой теплопроводностью. На следующем этапе численного моделирования был выполнен расчет для наножидкости вода/ $Al_2O_3$ . Для данной смеси была рассмотрена осесимметричная задача о теплообмене к круглой цилиндрической трубе, в которой жидкость движется по описанной выше схеме (рис. 4).

Свойства наножидкостей зависят не только от температуры, но и от концентрации наночастиц. Плотность и теплоёмкость используемой наножидкости описываются так:

$$\rho(\varphi, T) = \varphi \rho_p + (1 - \varphi) \rho_{bf}(T),$$

$$c_{p,p}(T) = 1044.6 + 0.1742T - \frac{2.796 \cdot 10^7}{T^2},$$

$$c_p(\varphi, T) = \frac{\varphi \rho_p c_{p,p}(T) + (1 - \varphi) \rho_{bf}(T) c_{p,bf}(T)}{\rho(\varphi, T)},$$

$$\mu(\varphi, T) = \mu_{bf}(T)(1 + 7.3\varphi + 123\varphi^2), \quad k(\varphi, T) = k_{bf}(T)(1 + 2.72\varphi + 4.97\varphi^2).$$

Введены обозначения:  $\rho_p$  – плотность наночастиц,  $\rho_{bf}$  – плотность базовой жид-

кости,  $\varphi$  – объёмная доля твёрдых частиц в наножидкости,  $c_{p,p}$  – теплоёмкость наночастиц,  $c_{p,bf}$  – теплоёмкость базовой жидкости,  $\mu_{bf}$  и  $k_{bf}$  – динамическая вязкость и коэффициент теплопроводности базовой жидкости соответственно.

Параметры трубы, краевые условия, схема течения, расчётная сетки и полиномиальное приближение свойств базовой жидкости взяты из предыдущего расчёта. Плотность наночастиц  $\rho_p = 3920 \text{ кг/м}^3$ . Начальная скорость течения наножидкости была вычислена с помощью числа Рейнольдса (8), принимающего значения: 100, 200, 400, 600, 800 и 1000.

Рассмотрены концентрации наночастиц: 0%, 1%, 3% и 5%. Зависимости физических свойств наножидкости от концентрации наночастиц изображены на рис. 8.

Можно отметить повышение динамической вязкости, плотности и коэффициента теплопроводности наножидкости по отношению к параметрам базовой жидкости, а также снижение теплоемкости. Поскольку изменение теплоёмкости при изменении температуры незначительно, мы им пренебрегаем, учитывая лишь зависимость от концентрации наночастиц.

Для каждого из набора начальных данных (число Рейнольдса – концентрация) было необходимо построить численное решение для температуры жидкости в трубе. Средняя температура  $T_b$  по сечению трубы и коэффициент теплоотдачи  $h$  определяются так

$$T_b(Z) = \frac{\int_0^{R_0} T(Z, R) V(R) R dR}{\int_0^{R_0} V(R) R dR}, \quad h = \frac{q}{T_w - T_b},$$

где  $q$  – вычисленный тепловой поток на стенке,  $T_b(z)$  – средняя температура жидкости в осевом направлении.

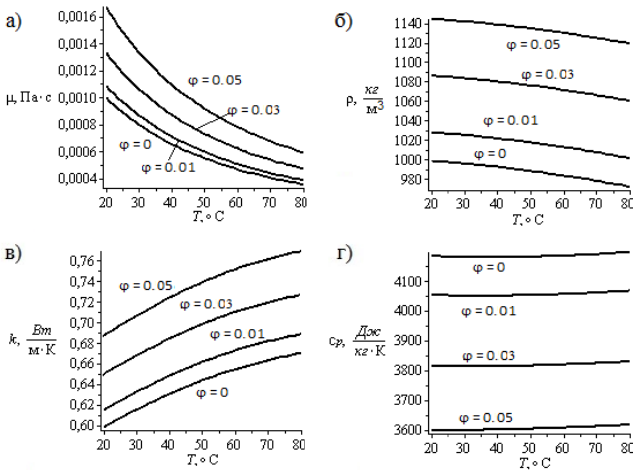


Рис. 8. Зависимость физических свойств среды от температуры для наножидкостей: а) динамическая вязкость, б) плотность, в) коэффициент теплопроводности, г) теплоемкость

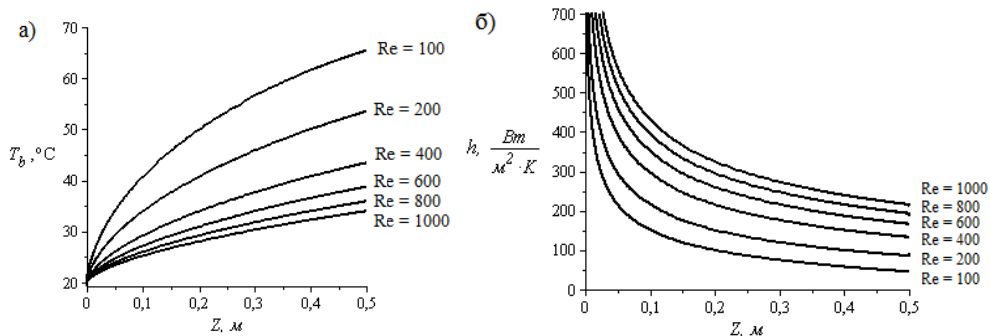


Рис. 9. Средняя температура в обогреваемой секции трубы (а) и коэффициент теплоотдачи (б) в зависимости от числа Рейнольдса (вода)

Результаты численного моделирования для чистой воды иллюстрирует рис. 9. На нем показана средняя температура жидкости в обогреваемой секции трубы в зависимости от

скорости течения жидкости. Как видно из графика, при увеличении числа Рейнольдса, определяющего начальную скорость течения, средняя температура жидкости в трубе снижается. Это означает, что меньшее количества тепла проникает к оси трубы, поскольку оно быстрее отводится конвективным потоком. Коэффициент теплоотдачи, напротив, возрастает с увеличением числа Рейнольдса, таким образом, максимальная эффективность теплопередачи в данном численном эксперименте для чистой воды достигается при числе Рейнольдса  $Re=1000$ .

Взяв, далее, число Рейнольдса  $Re=1000$ , проанализируем, как происходит теплопередача в наножидкости. На рис. 10 изображены графики зависимостей средней температуры наножидкости  $T_b$  и коэффициента теплоотдачи  $h$  от концентрации наночастиц. Добавление наночастиц в жидкость приводит к увеличению её теплопроводности.

При повышении теплопроводности наножидкости тепло интенсивнее проникает от стенки трубы к оси и эффективнее переносится вниз по течению, поэтому средняя температура наножидкости в обогреваемой секции при увеличении концентрации наночастиц ниже, чем для чистой воды. При увеличении концентрации наночастиц наблюдается дальнейшее снижение средней температуры теплоносителя и дальнейшее повышение коэффициента теплоотдачи по сравнению с чистой водой. На основе проведённого исследования моделирования можно заключить, что теплоперенос с использованием наножидкостей осуществляется более эффективно, чем с помощью однокомпонентной жидкой среды, и его эффективность возрастает с увеличением концентрации наночастиц.

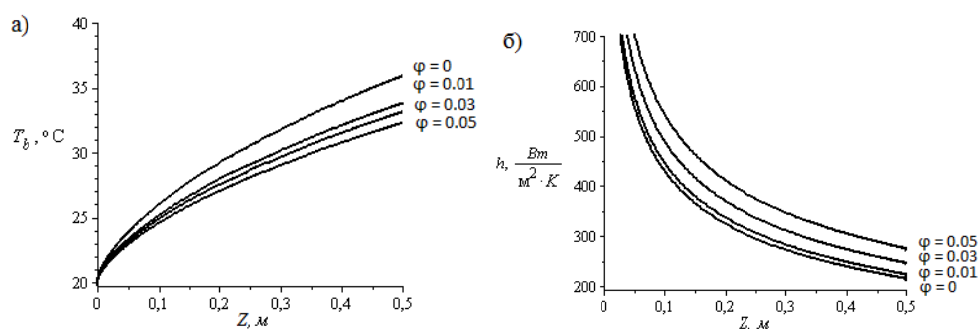


Рис. 10. Средняя температура наножидкости для  $Re = 1000$  (а) и коэффициент теплоотдачи наножидкости (б) при  $Re = 1000$

В данной работе концентрация наночастиц постоянна. В работе [5] исследуется случай переменной концентрации наночастиц. Неоднородность концентраций возникает под действием диффузии и термофореза.

### Заключение

В данной работе решена задача о теплообмене жидкости в круглой цилиндрической трубе, где на конечном участке задана постоянная температура стенки, отличная от температуры на внешних участках трубы. При построении точного решения подтверждена необходимость учёта теплопроводности в осевом направлении трубы.

Выполнено численное моделирование вынужденной конвекции в цилиндрической трубе для воды. Анализ результатов показал, что для более детального изучения теплопередачи в жидкостях необходимо учитывать зависимость физических свойств среды от температуры.

Выполнено численное моделирование вынужденной конвекции в цилиндрической трубе для наножидкости вода/ $Al_2O_3$ . Исследован характер теплопередачи в наножидкости в зависимости от скорости течения и концентрации наночастиц. Подтверждено повышение эффективности теплообмена по сравнению с однокомпонентной жидкой средой.



**Литература**

1. S. K. Das, S.U.S. Choi, W.Yu, T. Pradeep Nanofluids: Science and Technology, John Wiley & Sons, Inc., 2008.
2. Eleftherios Papoutsakis, Doraiswami Ramkrashna and Henry C. Lim. The extended Graetz problem with Dirichlet wall boundary conditions // Applied Scientific Research. 1980. №36. P. 13-34.
3. Nist Chemistry Webbook. URL: <http://webbook.nist.gov/chemistry/>.
4. M. Nazififard, M. Nematollahi, K. Jafadpur and K. Y. Suh, Numerical simulation of water-based Alumina Nanofluid in Subchannel Geometry.
5. I.I. Ryzhkov. The extended Graetz problem with prescribed wall flux for multicomponent fluids with Soret and Dufour effects // International journal of heat and mass transfer. 2013.V. 66, p. 461-471.

**Investigation of forced convective heat transfer of nanofluids in a cylindrical tube**

*Sofya Vladimirovna Kozlova, PhD student*

*Ilya Igorevich Ryzhkov, Institute of Computational Modeling SB RAS*

*PhD, Senior researcher*

*Institute of Computational Modeling SB RAS*

*In this paper, the heat transfer in liquids and nanofluids in a cylindrical tube is investigated. The exact solution for the temperature of one-component fluid (water) is obtained. Numerical simulation of forced convection of water and water/  $Al_2O_3$  nanofluid is performed and the temperature distribution in the tube is found. As a result, the efficiency of heat transfer in water/  $Al_2O_3$  nanofluid is investigated depending on nanoparticle concentration and flow velocity.*

УДК 510.66; 004.83

**МОДЕЛИРОВАНИЕ РАССУЖДЕНИЙ  
АЛГЕБРАИЧЕСКИМИ МЕТОДАМИ**

*Борис Александрович Кулик, д.ф.-м.н., с.н.с., ведущий научный сотрудник*

*Тел.: +7 812 321 9007, e-mail: ba-kulik@yandex.ru*

*Институт проблем машиноведения РАН*

*<http://www.ipme.ru>*

*Александр Анатольевич Зуенко, к.т.н., научный сотрудник*

*Тел.: 8 815 557 4050, e-mail: zuenko@iimm.kolasc.net.ru*

*Александр Яковлевич Фридман, д.т.н., проф., ведущий научный сотрудник*

*Тел.: 8 815 557 4050, e-mail: fridman@iimm.kolasc.net.ru*

*Институт информатики и математического моделирования КИЦ РАН*

*<http://www.iimm.kolasc.net.ru>*

*Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты №№ 13-07-00318-а, 12-07-00689-а, 12-07-000550-а, 12-07-00302-а), Президиума РАН (проект 4.3 Программы № 16), ОНИТ РАН (проект 2.3 текущей Программы фундаментальных научных исследований).*