

2014. Vol. 11. No. 11. P. 667–671.

20. *Nomokonov I. B.* The Semantic Informativeness // *European Journal of Medicine. Series B*, 2015. Vol. 4. No. 3. P. 141–147.

Creating electronic educational resources

Olga Viktorovna Zaitseva, Candidate of Technical Sciences. Head of the Department of Statistics and Monitoring Center for Education Statistics, Federal Institute for Educational Development, Moscow, Russia.

This article describes the basics of formation of electronic educational resources. This article describes the types of electronic educational resources. This article describes the classification of electronic educational resources in accordance with UNESCO criteria. This article describes the standardization and specification of electronic educational resources. This article describes the difference between information resources and electronic information resources. This article describes the information items as the basis for the formation of electronic educational resources.

Keywords: education, information resources, information technology, electronic educational resources, information units.

УДК 519.1(075.8)+510.6(075.8)

ПРАКТИЧЕСКАЯ ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА (практические занятия 12–16)

Сергей Феофентович Тюрин, проф., проф. кафедры
автоматики и телемеханики,
e-mail: tyurinsergfeo@yandex.ru,

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
<http://pstu.ru>

Юрий Александрович Аляев, доц., доц. кафедры программного обеспечения
вычислительной техники и автоматизированных систем,
e-mail: alyr1@yandex.ru,

Пермский военный институт внутренних войск МВД России,
<http://pvivv.ru>

Предлагается методика решения задач на практических занятиях по дисциплине «Дискретная математика и математическая логика», разработанная и применяющаяся на практике в вузах Пермского края.

Ключевые слова: дискретная математика; математическая логика; переключательные функции; минимизация

DOI: 10.21777/2312-5500-2016-4-27-40

Введение

Издавая в 2006 г. учебник «Дискретная математика и математическая логика» [1], авторы планировали вслед за ним издать и задачник. Переосмыслив имеющийся материал в последующие годы, они пришли к выводу о необходимости подготовки не совсем учебника, но советчика и подсказчика. Кроме того, был накоплен новый интересный материал. Акцент сделан на практику, поскольку известно, что именно умение решать задачи является мерилем математического знания.

В предлагаемой серии статей нашел отражение опыт многолетнего преподавания авторами дисциплин «Дискретная математика» и «Математическая логика и теория алгоритмов» в вузах Пермского края.

Информационные технологии ушли далеко вперед, но задача распознавания компьютером правильного ответа решается до сих пор тривиально – определением выбора одного заданного номера из n ответов. Причем $(n - 1)$ – неправильных ответов. На самом деле в дискретной математике, в логике часто правильными могут быть разные ответы, например разные дизъюнктивные нормальные формы с одинаковым количеством букв – при минимизации переключательных функций.

Кроме того, приведение неправильных ответов, по мнению авторов, приводит к «рекламному» эффекту – запоминаются именно они, причем самые несуразные.



С.Ф. Тюрин

Поэтому принято решение не разрабатывать так называемые тесты, а большую часть сил бросить на разъяснение методики решения типовых задач, выносимых на практические занятия по указанной тематике.

В статье рассматриваются методики решения задач на практических занятиях 12–16 по дискретной математике:

12) минимизация переключательных функций в базисе «Сумма по модулю 2, И, НЕ» и методом неопределенных коэффициентов;

13) системная минимизация переключательных функций;

14) абстрактный синтез комбинационных автоматов;

15) структурный синтез комбинационных автоматов;

16) абстрактный синтез последовательностных автоматов при детерминированной входной последовательности.

Методики решения задач на практических занятиях 1–11 по дискретной математике были рассмотрены в [2–4].

При изложении материала в серии статей принята сквозная нумерация рисунков и таблиц.



Ю.А. Аляев

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 12

Минимизация переключательных функций в базисе «Сумма по модулю 2, И, НЕ» и методом неопределенных коэффициентов

Цель занятия: научиться минимизировать переключательные функции в базисе $\{\oplus, \text{И}, \text{НЕ}\}$ и методом неопределенных коэффициентов.

Методика решения задач

Задача 1. Пусть задана функция $f(x_1x_2x_3) = \oplus 0,1,5,6 [2,3,4,7]$. Ранг (сложность) такого представления $r = 12$ (12 букв):

$$f(x_1x_2x_3) = \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3 \oplus \bar{x}_1\bar{x}_2x_3 \oplus x_1\bar{x}_2x_3 \oplus x_1x_2\bar{x}_3.$$

Рассмотрим геометрическое представление этой функции (рис. 45).

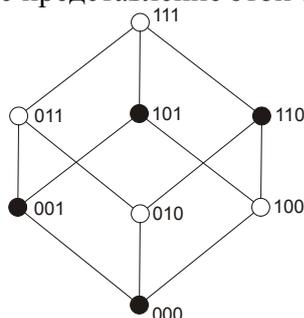


Рис. 45. Задание кубом соседних чисел функции $f(x_1x_2x_3) = \oplus 0,1,5,6 [2,3,4,7]$

Видно, что возможны покрытия $(000 \oplus 001) \oplus (101) \oplus (110)$.

В отличие от минимизации в ДНФ, вершину (001) можно включить в покрытие один раз. Тогда получаем: $f(x_1 x_2 x_3) = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \oplus x_1 \bar{x}_2 x_3 \oplus x_1 x_2 \bar{x}_3$.

Ранг такой функции $r = 8$.

Добавим запрещенную вершину (100) четное число раз (два раза), так чтобы получить сторону куба: $(000 \oplus 001 \oplus 101 \oplus 100) \oplus (110 \oplus 100)$. Получаем: $(-0-) \oplus (1-0)$: $f(x_1 x_2 x_3) = \bar{x}_2 \oplus x_1 \bar{x}_3$.

Ранг такой функции $r = 3$.

З а д а ч а 2. Минимизировать ПФ в базисе $\{\oplus, \text{И}, \text{НЕ}\}$:

$$f(x_1 x_2 x_3) = \oplus 3, 6 [0, 1, 2, 3, 4, 5, 7].$$

Ранг такого представления $r = 6$ (6 букв):

$$f(x_1 x_2 x_3) = \bar{x}_1 x_2 x_3 \oplus x_1 x_2 \bar{x}_3.$$

Рассмотрим геометрическое представление этой функции (рис. 46).

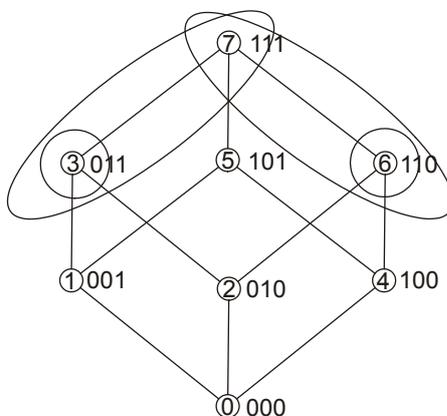


Рис. 46. Минимизация функции $f(x_1 x_2 x_3) = \oplus 3, 6 [0, 1, 2, 3, 4, 5, 7]$

Видим, что для получения двух ребер можно два раза взять запрещенную вершину 7 (можно взять и вершину 2).

Получаем: $[(011 \oplus 111)] \oplus [(110) \oplus (111)]$. В результате возникают две импликанты: $(-11) \oplus (11-)$.

В итоге $f(x_1 x_2 x_3) = x_2 x_3 \oplus x_1 x_2$. Ранг такой функции $r = 4$.

З а д а ч а 3. Минимизировать ПФ «Импликация» $x_1 \rightarrow x_2$ методом неопределенных коэффициентов.

«Импликация» $x_1 \rightarrow x_2$ равна нулю на единственном наборе 10. Тогда получим УНФ в виде системы ПФ:

$$f_0(\bar{x}_1 \bar{x}_2) = k_1^0 \bar{x}_1 \vee k_{12}^{00} \bar{x}_1 \bar{x}_2;$$

$$f_1(\bar{x}_1 x_2) = k_1^0 \bar{x}_1 \vee k_2^1 x_2 \vee k_{12}^{01} \bar{x}_1 x_2;$$

$$f_3(x_1 x_2) = k_2^1 x_2 \vee k_{12}^{11} x_1 x_2.$$

Здесь исключены (вычеркнуты) все импликанты, соответствующие набору 10:

$$f_2(x_1 \bar{x}_2) = k_1^1 x_1 \vee k_2^0 \bar{x}_2 \vee k_{12}^{10} x_1 \bar{x}_2 = 0$$

Далее осуществляется покрытие оставшимися после исключения импликантами

рабочих наборов. Видим, что импликанта \bar{x}_1 в оставшихся трех ПФ УНФ покрывает наборы 00(0) и 01(1), импликанта x_2 – наборы 11(3) и 01(1). Поэтому $f(x_1, x_2) = \bar{x}_1 \vee x_2$.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 13

Системная минимизация переключательных функций

Цель занятия: научиться минимизировать системы переключательных функций.

Методика решения задач

Задача 1. Выполнить системную минимизацию двух ПФ, заданных двоичными рабочими наборами, модифицированным методом Квайна–Мак-Класки:

$$f_1(x_3x_2x_1) = (000) \vee (101) \vee (110) \vee (111);$$

$$f_2(x_3x_2x_1) = (000) \vee (010) \vee (011) \vee (101).$$

Получим множество конъюнкций А:

$$A = \{000(1,2), 010(2), 011(2), 101(1,2), 110(1), 111(1)\}.$$

Здесь указаны индексы вхождения конъюнкций в функции, например конъюнкция 000(1,2), входит и в первую, и во вторую функцию.

Псевдофункция φ выглядит следующим образом:

$$\varphi = 000(1,2) \vee 010(2) \vee 011(2) \vee 101(1,2) \vee 110(1) \vee 111(1).$$

Склеиваться могут только конъюнкции с одинаковыми индексами!

Проводим склеивания с учетом индекса вхождения в функции:

$$1 - 2: (0-0)(2) \vee (010)(2) \vee (000)(1,2);$$

$$2 - 3: (01-)(2) \vee (010)(2) \vee (011)(2);$$

$$4 - 6: (1-1)(1) \vee (101)(1,2) \vee (111)(1);$$

$$5 - 6: (11-)(1) \vee (110)(1) \vee (111)(1).$$

После выполнения всех поглощений с учетом индекса каждой конъюнкции получаем сокращенную псевдофункцию:

$$\varphi = (0-0)(2) \vee (000)(1,2) \vee (01-)(2) \vee (1-1)(1) \vee (101)(1,2) \vee (11-)(1).$$

Строим таблицу покрытий (табл. 35).

Таблица 35

Импликантная таблица системной минимизации

Простые импликанты			Наборы функции							
			000		010	011	101		110	111
			1	2	2	2	1	2	1	1
0	-	0		+	+					
0	0	0	+	+						
0	1	-			+	+				
1	-	1					+			+
1	0	1					+	+		
1	1	-							+	+

Выделяем ядро покрытия и убеждаемся, что оно покрывает все конституенты φ :

$$\varphi = (000)(1,2) \vee (01-)(2) \vee (101)(1,2) \vee (11-)(1).$$

Ранг такой функции равен $r = 10$.

Таким образом, получаем

$$f_1(x_3x_2x_1) = (000) \vee (101) \vee (11-);$$

$$f_2(x_3x_2x_1) = (000) \vee (01-)(2) \vee (101).$$

В случае раздельной минимизации получаем:

$$f_1(x_3x_2x_1) = (000) \vee \{(101) \vee (111)\} \vee \{(110) \vee (111)\};$$

$$f_2(x_3x_2x_1) = \{(000) \vee (010)\} \vee \{(010) \vee (011)\} \vee (101).$$

Поэтому:

$$f_1(x_3x_2x_1) = (000) \vee (1-1) \vee (11-);$$

$$f_2(x_3x_2x_1) = (0-0) \vee (01-) \vee (101),$$

т. е. в случае раздельной минимизации получаем ранг 14. Разница существенная!

З а д а ч а 2. Выполнить системную минимизацию двух ПФ, заданных десятичными рабочими наборами, методом карт Карно:

$$f_1(abc) = 0,1,4;$$

$$f_2(abc) = 1,5,7.$$

Выполним вначале раздельную минимизацию. На рис. 47 и рис. 48 показана минимизация ПФ $f_1(abc) = 0,1,4$ и $f_2(abc) = 1,5,7$ соответственно.

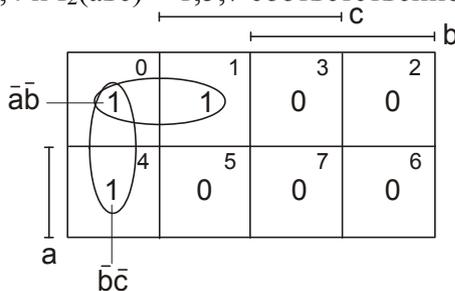


Рис. 47. Минимизация $f_1(abc) = 0,1,4$

Получили $f_1(abc) = \bar{a}\bar{b} \vee \bar{b}\bar{c}$, ранг $r = 4$.

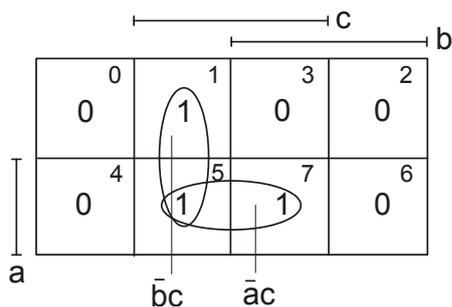


Рис. 48. Минимизация $f_2(abc) = 1,5,7$

Получили $f_2(abc) = \bar{b}\bar{c} \vee ac$, ранг $r = 4$, четыре различных двухклеточных контура.

Сумма рангов при раздельной минимизации получилась 8.

Выполним системную (совместную) минимизацию (рис. 49).

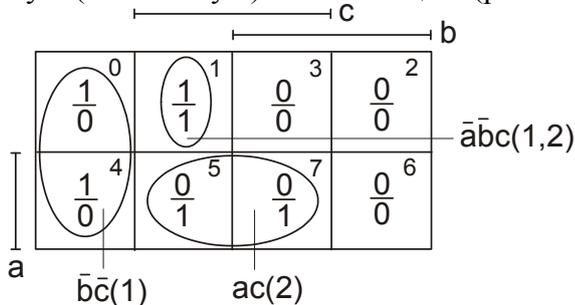


Рис. 49. Совместная минимизация $f_1(abc) = 0,1,4$ и $f_2(abc) = 1,5,7$

Получили $f_1(abc) = \bar{a}\bar{b}\bar{c} \vee \bar{b}\bar{c}$; $f_2(abc) = \bar{a}\bar{b}\bar{c} \vee ac$, ранг $r = 7$, два двухклеточных контура и один одноклеточный.

Ответ в виде списка импликант псевдофункции: $\bar{a}\bar{b}\bar{c}(1,2); \bar{b}\bar{c}(1); ac(2)$.

За счет того, что мы увеличили сложность на 1 (см. рис. 49, клетка 1), соответствующая импликанта стала покрывать сразу две функции и системная сложность уменьшилась на 1.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 14
Абстрактный синтез комбинационных автоматов

Цель занятия: научиться выполнять абстрактный синтез комбинационных автоматов.

Методика решения задач

З а д а ч а 1. Выполнить абстрактный синтез автомата по следующей словесной формулировке:

«Автомат имеет входы *abcd* и выход *z*, который активируется (включается):

- 1) при отсутствии или неодновременном поступлении сигналов на каналы *a* и *b* – тогда, когда отсутствуют или поступают не одновременно сигналы на каналы *c* и *d*;
- 2) при одновременном поступлении сигналов на каналы *a* и *b* – тогда, когда не поступает сигнал на канал *d*.

В остальных случаях выход *z* не активируется (не включается)».

Из формулировки ясно, что автомат имеет четыре входа и один выход (рис. 50).

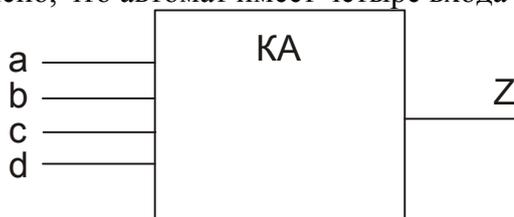


Рис. 50. Структура комбинационного автомата (КА) с четырьмя входами и одним выходом

Строим соответствующую таблицу истинности – табл. 36.

Таблица 36

Таблица истинности комбинационного автомата

a	b	c	d	BC	f(abcd)
0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	2	1
0	0	1	1	3	0
0	1	0	0	4	1
0	1	0	1	5	1
0	1	1	0	6	1
0	1	1	1	7	0
1	0	0	0	8	1
1	0	0	1	9	1
1	0	1	0	10	1
1	0	1	1	11	0
1	1	0	0	12	1
1	1	0	1	13	0
1	1	1	0	14	1
1	1	1	1	15	0

Заполняем таблицу, исходя из того, что отсутствие или неодновременное поступление сигналов на каналы *a* и *b* соответствует строкам с 0 по 11 включительно (нет

двух единиц в столбцах a и b). Далее там, где отсутствуют (равны 0) или поступают не одновременно сигналы на каналы c и d (нет двух единиц в столбцах c и d), ставим 1 в столбце f(abcd).

Одновременное поступление сигналов на каналы a и b соответствует строкам с 12 по 15 – там две единицы в столбцах a и b. Далее там, где не поступает сигнал на канал d (равен 0) – это строки 12, 14, – ставим 1.

Получаем символическую форму требуемой ПФ:

$$f(abcd) = 0,1,2,4,5,6,8,9,10,12,14 [3,7,11,13,15].$$

Абстрактный синтез завершен.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 15 Структурный синтез комбинационных автоматов

Цель занятия: научиться выполнять структурный синтез комбинационных автоматов в стандартных базисах.

Методика решения задач

Задача 1. После минимизации получена переключательная функция $f(x_3, x_2, x_1) = x_2 \vee \bar{x}_1 x_3$.

Строим переключательную схему соответствующего комбинационного автомата (рис. 51).

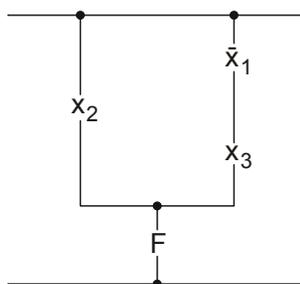


Рис. 51. Переключательная схема, реализующая функцию $f(x_3, x_2, x_1) = x_2 \vee \bar{x}_1 x_3$

На рис. 51 верхняя и нижняя горизонтальные линии обозначают, например, полюсы источника питания, а буква F – некоторый элемент, срабатывающий в случае равенства функции $x_2 \vee \bar{x}_1 x_3$ логической единице, т. е. в случае наличия цепи к верхнему полюсу. Символами переменных x_1, x_2, x_3 могут обозначаться, например, контакты некоторых датчиков, а F – обмотка реле, контакт которого включает некоторый исполнительный орган (вентилятор, сирену, нагреватель и др. элементы автоматики). Соответствующая релейно-контактная схема изображена на рис. 52.

Часто датчики подключаются не непосредственно в цепи реализации переключательных функций, а через реле-повторители (рис. 53).



Рис. 52. Релейно-контактная схема реализации логической функции $x_2 \vee \bar{x}_1 x_3$

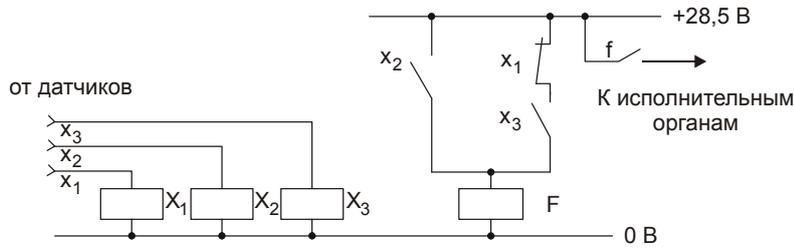


Рис. 53. Релейно-контактная схема реализации переключательной функции $X_2 \vee \bar{X}_1 X_3$ с реле-повторителями сигналов датчиков

З а д а ч а 2. После минимизации получена следующая переключательная функция: $z(abcdx_2x_1) = a\bar{x}_2\bar{x}_1 \vee b\bar{x}_2x_1 \vee cx_2\bar{x}_1 \vee dx_2x_1$.

Построить схему в базисе И, ИЛИ, НЕ (рис. 54).

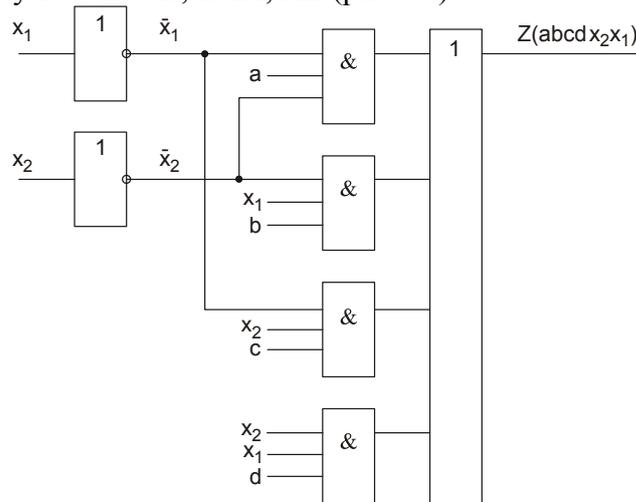


Рис. 54. Схема в базисе И, ИЛИ, НЕ без ограничения числа входов функциональных элементов

Схема рис. 54 изображена в предположении, что число входов элементов не ограничено.

Если же должны использоваться только двухвходовые элементы, т. е. все операции бинарные (кроме инверсии), то схема будет выглядеть так, как изображено на рис. 55.

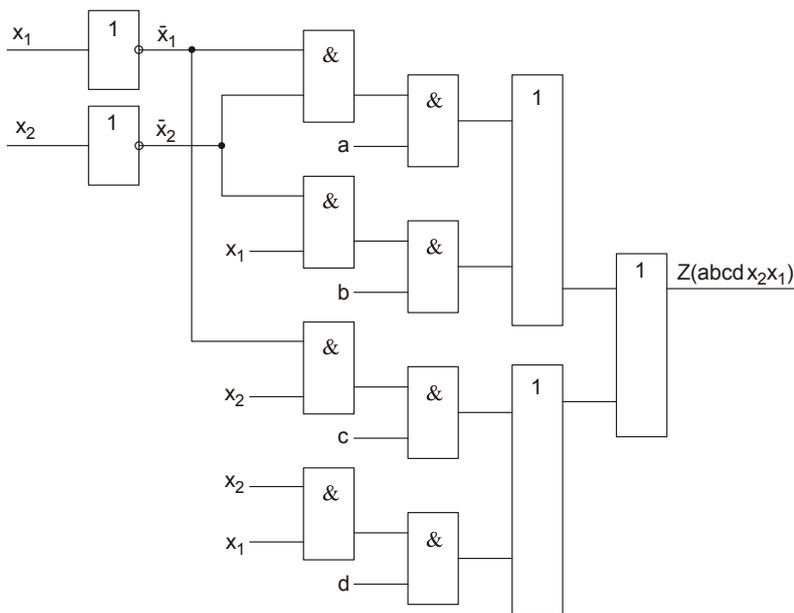


Рис. 55. Схема с учетом наличия только двухвходовых элементов И, ИЛИ

З а д а ч а 3. Реализовать функцию $z(abcdx_2x_1)$, рассмотренную в предыдущей задаче, методом каскадов с использованием блоков исключения переменной вида $x_i \cdot f(1) \vee \bar{x}_i \cdot f(0)$ в базисе И, ИЛИ, НЕ.

Очевидно, что

$$z(abcdx_2x_1) = a\bar{x}_2\bar{x}_1 \vee b\bar{x}_2x_1 \vee cx_2\bar{x}_1 \vee dx_2x_1 = x_1(b\bar{x}_2 \vee dx_2) \vee \bar{x}_1(ax_2 \vee cx_2),$$

т. е. $z(1) = b\bar{x}_2 \vee dx_2$, $z(0) = ax_2 \vee cx_2$, которые реализуются на двухвходовых элементах И, ИЛИ. Проводить дальнейшее разложение нет необходимости. Соответствующая схема комбинационного автомата изображена на рис. 56.

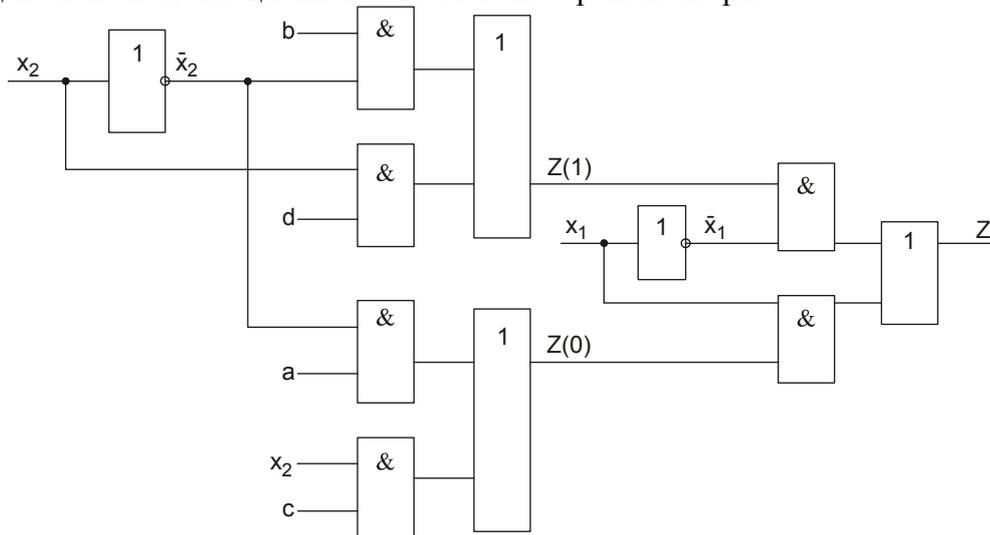


Рис. 56. Схема, построенная по методу каскадов

Интересно, что схема на рис. 56, построенная по методу каскадов, проще в смысле числа элементов – для ее построения необходимо 11 элементов (9 двухвходовых и 2 инвертора). Сравните ее со схемой на рис. 55, для построения которой потребовалось 13 элементов (11 двухвходовых и 2 инвертора).

З а д а ч а 4. Реализовать ПФ $f(abcd) = \bar{a}\bar{b} \vee \bar{c}\bar{d}$ в базисах И-НЕ, ИЛИ-НЕ.

Применяем закон де Моргана:

$$f(abcd) = \bar{a}\bar{b} \vee \bar{c}\bar{d} = \overline{ab} \vee \overline{cd} = \overline{ab \cdot cd} \text{ – это представление в базисе И-НЕ;}$$

$$f(abcd) = \bar{a}\bar{b} \vee \bar{c}\bar{d} = \overline{ab} \vee \overline{cd} = \overline{a \vee b} \vee \overline{c \vee d} \text{ – это представление в базисе ИЛИ-НЕ.}$$

Соответствующие схемы представлены на рис. 57.

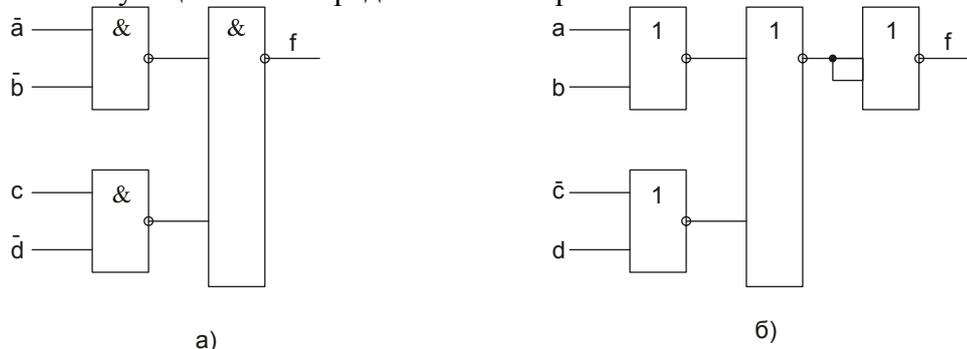


Рис. 57. Реализация логической функции $f(abcd) = \bar{a}\bar{b} \vee \bar{c}\bar{d}$ в базисах:
а) И-НЕ, б) ИЛИ-НЕ

З а д а ч а 4. Получить булеву производную ПФ $f(x_1x_2x_3) = \bar{x}_2\bar{x}_3 \vee x_1x_2x_3$.

$$\frac{df}{dx_1} = (\bar{x}_2\bar{x}_3 \vee 1 \cdot x_2x_3) \oplus (\bar{x}_2\bar{x}_3 \vee 0 \cdot x_2x_3) = (\bar{x}_2\bar{x}_3 \vee x_2x_3) \oplus \bar{x}_2\bar{x}_3 =$$

$$\begin{aligned}
 &= (\overline{x_2 x_3} \vee x_2 x_3)(\overline{x_2 x_3}) \vee (\overline{x_2 x_3} \vee x_2 x_3)x_2 x_3 = \\
 &= (\overline{x_2 x_3} \vee x_2 x_3)(x_2 \vee x_3) \vee (x_2 \vee x_3)(\overline{x_2} \vee \overline{x_3})\overline{x_2} \overline{x_3} = \\
 &= \overline{x_2} \overline{x_3} x_2 \vee x_2 x_3 \vee \overline{x_2} \overline{x_3} x_3 \vee x_2 x_3 \vee 0 = x_2 x_3.
 \end{aligned}$$

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 16

Абстрактный синтез последовательностных автоматов при детерминированной входной последовательности

Цель занятия: научиться выполнять абстрактный синтез последовательностных автоматов при детерминированной входной последовательности.

Методика решения задач

Задача 1. Дана идеализированная временная диаграмма работы автомата с двумя входами и одним выходом (рис. 58). Провести абстрактный синтез.

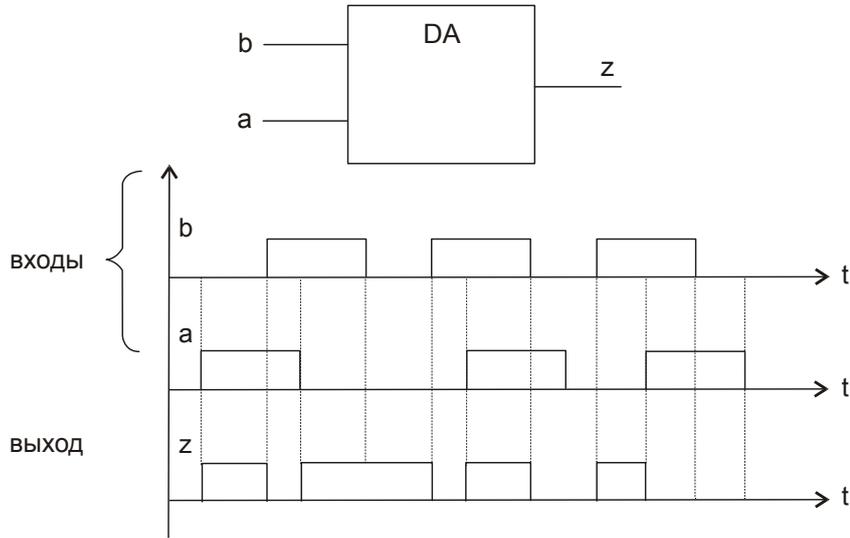


Рис. 58. Идеализированная временная диаграмма – задание на разработку автомата

Идеализированная временная диаграмма – задание на разработку автомата – это и есть детерминированная последовательность входных наборов. По окончании последнего набора все повторяется снова.

Строим таблицу тактов (табл. 37).

Таблица 37

Таблица тактов

ba	00	01	11	10	00	10	11	01	00	10	11	01	00
z	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0
Такты	1	2	3	4	5	6	7	8	9 (1)	10 (4)	11 (3)	12 (8)	13 (1)

Видно (см. табл. 37), что автомат действительно с памятью: при одних входных наборах выходы могут быть разными. Например, 00 – выход 0 в первом такте и выход 1 – в пятом.

Определяем эквивалентные такты по условию эквивалентности (при одинаковых входных сигналах выходные сигналы одинаковы) и проставляем в табл. 37 новые номера тактов с учетом эквивалентных: 1↔9, 10↔4, 11↔3, 12↔8, 13↔1. Получаем всего 8 тактов.

Строим первичную таблицу переходов-выходов (табл. 38).

Первичная таблица переходов-выходов

№ такта	ba				z
	00	01	11	10	
1	①	2		4	0
2		②	3		1
3		8	③	4	0
4	5		3	④	1
5	⑤			6	1
6			7	⑥	0
7		8	⑦		1
8	1	⑧			0

Видны (см. табл. 38) «вложенные» такты, полученные за счет эквивалентных.

Если построить автомат на основе первичной таблицы, то объем памяти у него не будет минимальным, хотя за счет выявления эквивалентных тактов мы уже немного сократили число элементов памяти.

Выполним «сжатие» таблицы посредством выявления совместных строк. Строим граф объединения строк – рис. 59.

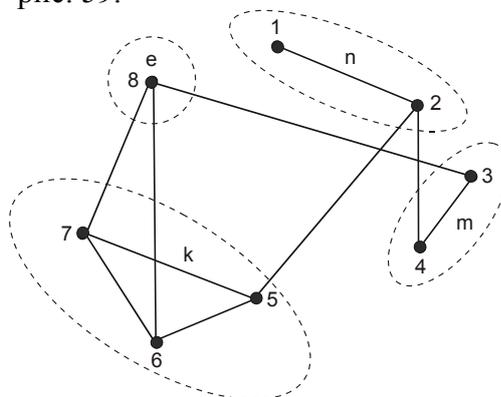


Рис. 59. Граф объединения строк

Строим минимизированную таблицу переходов (табл. 39).

Таблица 39

Минимизированная таблица переходов

Группа строк	ba			
	00	01	11	10
1,2	n ①	②	3	4
3,4	m 5	8	③	④
5,6,7	k ⑤	8	⑦	⑥
8	e 1	⑧		

Закодируем строки, между которыми есть переходы, соседним кодом. Для этого строим карту Карно (рис. 60).

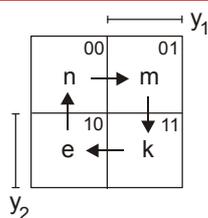


Рис. 60. Карта Карно для соседнего кодирования

Таким образом, при всех выбранных переходах обеспечивается изменение только одного элемента памяти (соседнее или безгочное кодирование).

Строим реализуемую таблицу переходов (табл. 40), в которой указываются все переходы.

Таблица 40

Реализуемая таблица переходов

y_2y_1	ba			
	00	01	11	10
00	①	②	3	4
01	5	8	③	④
11	⑤	8	⑦	⑥
10	1	⑧		

Проверяем еще раз, что при всех переходах обеспечивается изменение только одной переменной состояния. Теперь строим таблицу переходов-выходов (табл. 41).

Таблица 41

Таблица переходов-выходов

$y_2y_1(t)$	ba				
	00	01	11	10	
00	$\frac{00}{0}$	$\frac{00}{1}$	$\frac{01}{0}$	$\frac{01}{1}$	
01	$\frac{11}{1}$	$\frac{11}{0}$	$\frac{01}{0}$	$\frac{01}{1}$	
11	$\frac{11}{1}$	$\frac{10}{0}$	$\frac{11}{1}$	$\frac{11}{0}$	
10	$\frac{00}{0}$	$\frac{10}{0}$			$\frac{y_2y_1(t+1)}{z}$

Получим символическую форму записи для функции z:

$$z(y_2y_1ba) = 1,2,4,6,12,15 [0,3,5,7,13,14,8,9].$$

Построим таблицу возбуждения элементов памяти для D-триггера или реле. Вначале изображаем таблицу возбуждения D-триггера (табл. 42).

Таблица 42

Таблица возбуждения D-триггера (реле)

y(t)	y(t+1)		D(t)	P(t)
	0	1		
0	0	1		
1	0	1		

Строим таблицу возбуждения элементов памяти (табл. 43) для D-триггера (реле P(t)).

Таблица 43

Таблица возбуждения элементов памяти для D-триггера (реле)

$y_2y_1(t)$	ba				$D_2D_1(t)$
	00	01	11	10	
00	0 00	1 00	3 01	2 01	
01	4 11	5 11	7 01	6 01	
11	12 11	13 10	15 11	14 11	
10	8 00	9 10	11	10	

Получим условия работы D_2, D_1 в символической форме:

$$D_2(y_2y_1ba) = 4,5,12,13,15,14,9 [0,1,2,3,6,7,8];$$

$$D_1(y_2y_1ba) = 2,3,4,5,6,7,12,14,15 [0,1,8,9,13].$$

Построим таблицу возбуждения элементов памяти для RS-триггера с неинверсными входами (для дистанционного переключателя). Изобразим таблицу возбуждения RS-триггера с неинверсными входами (табл. 44).

Таблица 44

Таблица возбуждения RS-триггера с неинверсными входами (дистанционного переключателя)

$y(t)$	$y(t+1)$		
	0	1	
0	\sim 0	$\frac{0}{1}$	
1	$\frac{1}{0}$	$\frac{0}{\sim}$	$\frac{R}{S}$

Строим таблицу возбуждения элементов памяти автомата (табл. 45).

Таблица 45

Таблица возбуждения элементов памяти автомата

$y_2y_1(t)$	ba				
	00	01	11	10	
00	0 $\frac{\sim\sim}{00}$	1 $\frac{\sim\sim}{00}$	3 $\frac{\sim 0}{01}$	2 $\frac{\sim 0}{01}$	
01	4 $\frac{00}{1 \sim}$	5 $\frac{00}{1 \sim}$	7 $\frac{\sim 0}{0 \sim}$	6 $\frac{\sim 0}{0 \sim}$	
11	12 $\frac{00}{\sim\sim}$	13 $\frac{01}{\sim 0}$	15 $\frac{00}{\sim\sim}$	14 $\frac{00}{\sim\sim}$	
10	8 $\frac{1 \sim}{00}$	9 $\frac{0 \sim}{\sim 0}$	11	10	$\frac{R_2R_1}{S_2S_1}$

Получим функции возбуждения элементов памяти в символической форме:

$R_2(y_2y_1ba) = 8 [4,5,12,13,14,15,9];$

$S_2(y_2y_1ba) = 4,5 [0,1,2,3,6,7,8];$

$R_1(y_2y_1ba) = 13 [2,3,4,5,6,7,12,14,15];$

$S_1(y_2y_1ba) = 2,3 [0,1,8,9,13].$

Абстрактный синтез закончен.

Литература

1. *Аляев Ю. А., Тюрин С. Ф.* Дискретная математика и математическая логика. – М.: Финансы и статистика, 2006. 368 с.

2. *Тюрин С. Ф., Аляев Ю. А.* Практическая дискретная математика и математическая логика (практические занятия 1–3) // Образовательные ресурсы и технологии, 2015. № 4 (12). С. 43–52. http://www.muiv.ru/vestnik/pdf/pp/ot_2015_4_043-052.pdf.

3. *Тюрин С. Ф., Аляев Ю. А.* Практическая дискретная математика и математическая логика (практические занятия 4–6) // Образовательные ресурсы и технологии, 2016. № 1 (13). С. 21–33. http://www.muiv.ru/vestnik/pdf/pp/ot_2016_1_021-033.pdf.

4. *Тюрин С. Ф., Аляев Ю. А.* Практическая дискретная математика и математическая логика (практические занятия 7–11) // Образовательные ресурсы и технологии, 2016. № 3 (15). С. 29–46. http://www.muiv.ru/vestnik/pdf/pp/ot_3_2016_029-046.pdf.

Practical discrete mathematics and mathematics of logic (practical occupations 12–16)

Sergey Feofentovich Tyurin, professor, professor of the pulpit of the automation and tele mechanical engineers, Perm national research polytechnic university,

Yuri Alexandrovich Alyaev, assistant professor, assistant professor of the pulpit of software of the computing machinery and automated systems, Perm military institute of internal troops of the MIA of Russia

The technique of solving problems on a practical training on discipline «Discrete mathematics and mathematical logic» developed and applied in practice in the universities of the Perm region.

The keywords: the discrete mathematics, mathematics of logic, the switching function, minimization.